Задача 1 Да се напише функция на Scheme, която по зададена функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ и $h \in \mathbb{R}$ връща приближената производна на f $f_h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, където

$$f_h(x) = \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{h}$$

за всяко реално x.

Задача 2 Да се напише функция на Scheme, която по зададена функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ и естествено число $n \in \mathbb{N}$ връща n-тата итерация на f, $f^{(n)} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, където

$$f^{(n)}(x) = \begin{cases} x, & \text{ако } n = 0 \\ f(f^{(n-1)}(x)), & \text{ако } n > 0 \end{cases}$$

за всяко реално x.

Задача 3 Да се напише функция на Scheme, която но зададена функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, естествено число $n \in \mathbb{N}$ и реално число $h \in \mathbb{R}$ връща приближена n-та производна на f, $f_h^{(n)} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, където:

$$f_h^{(n)}(x) = \begin{cases} f(x), & \text{ако } n = 0 \\ \frac{f_h^{(n-1)}(x+\frac{h}{2})-f_h^{(n-1)}(x-\frac{h}{2})}{h}, & \text{ако } n > 0 \end{cases}$$

за всяко реално x.

Задача 4 Да се напише функция на Scheme, която по зададена функция $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, естествени числа $m, n \in \mathbb{N}$ и реално $h \in \mathbb{R}$ връща приближена смесена производна $f_h^{m,n} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, където

$$f_h^{m,n}(x,y) = \begin{cases} f(x,y), & \text{ако } m = n = 0 \\ \frac{f_h^{m,(n-1)}(x\,,y+\frac{h}{2})-f_h^{m,(n-1)}(x\,,y-\frac{h}{2})}{h}, & \text{ако } m = 0, n > 0 \\ \frac{f_h^{(m-1),n}(x+\frac{h}{2}\,,y)-f_h^{m,(n-1)}(x-\frac{h}{2}\,,y)}{h}, & \text{ако } m > 0, n = 0 \\ \frac{f_h^{m,(n-1)}(x+\frac{h}{2}\,,y+\frac{h}{2})-f_h^{m,(n-1)}(x-\frac{h}{2}\,,y-\frac{h}{2})}{h\sqrt{2}}, & \text{ако } m > 0, n > 0 \end{cases}$$

за всеки реални x и y.

Задача 5 Да се напише функция на Scheme, която по зададена функция $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ връща

1. $f_{min} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{R}$, където:

$$f_{min}(a, b) = \begin{cases} \min\{f(x)\,,|\,, a \leq x \leq b\} & \text{ако } a \leq b, \\ \min\{f(x)\,,|\,, b \leq x \leq a\} & \text{ако } a > b \end{cases}$$

2. $f_{av} : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{R}$, където:

$$f_{av}(a, b) = \begin{cases} \sum_{k=a}^{b} f(k) & \text{ако } a < b, \\ \sum_{k=b}^{a} f(k) & \text{ако } a > b, \\ 1 & \text{ако } a = b \end{cases}$$

Да се използва функцията *accumulate*.

Задача 6 Да се напише функция на Scheme, която по зададена функция $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ връща частична (евентуално ненавсякъде дефинирана) функция $\mu f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, където

$$\mu f(m) = \min\{n \in \mathbb{N}\,,|\,, f(m, n) = 0\}$$

за тези m, за които съществува n със свойството $f(m, n) = 0$.

Задача 7 Да се напише функция на Scheme, която по зададени функции $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ и $g : \mathbb{N}^3 \to \mathbb{N}$ връща функция $h : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, дефинирана чрез:

$$h(m, n) = \begin{cases} f(m) & \text{ако } n = 0, \\ g(m, n, h(m, n-1)) & \text{ако } n > 0 \end{cases}$$

за всеки две естествени m и n.