

ДОМАШНО № 2 ПО ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ НА СПЕЦИАЛНОСТ КОМПЮТЪРНИ
НАУКИ, 2 ПОТОК, ЗИМЕН СЕМЕСТЪР 2021/2022 Г., 27 ДЕКЕМВРИ 2021 Г.

Име: Ф№: Група: ..

Задача	1	2	3	4	Макс.
получени точки					
от максимално	25	25	25	25	100

Задача 1: За всяко $n \in \mathbb{N}^+$, дефинираме $S(n)$ така:

$$S(n) = \sum_{X \subseteq \{1, 2, \dots, n\}} \prod_{y \in X} y$$

Докажете, че $S(n) = (n + 1)!$

Задача 2: Дадена е таблица с n реда и n колони, която ще бъде попълнена с нули и единици. Едно попълване на таблицата ще наричаме *хубаво*, ако сумата на всеки ред и всяка колона в таблицата е четно число. Какъв е броят на хубавите попълвания?

Упътване: Докажете и се възползвайте от факта, че за произволно попълване на квадратна таблица броят на колоните с нечетна сума и броят на редовете с нечетна сума съвпадат по модул 2.

Задача 3: *Антиклик* в неориентиран граф $G = (V, E)$ ще наричаме всяко подмножество на върховете $I \subseteq V$, за което няма ребро в G между никои два върха в него. *Покриване* на G ще наричаме такова подмножество на върховете $C \subseteq V$, за което е изпълнено условието: $\forall (u, v) \in E, u \in C \vee v \in C$.

Докажете, че едно подмножество $X \subseteq V$ е антиклик тогава и само тогава, когато $V \setminus X$ е покриване.

Задача 4: *Мост* в свързан, неориентиран граф ще наричаме всяко ребро, чието изтриване прави графа несвързан.

Нека G е свързан, неориентиран граф, в който всички върхове имат четна степен. Докажете, че в G няма мостове.