

1. Да се докаже, че в DAG има поне един sink и поне един source.

Предложете колкото е възможно по-бързи (в асимптотичен смисъл). Ако не е уточнено в условието считаме, че даденият граф е неориентиран и нетегловен. И така, да се намери:

1. Броят на свързаните компоненти на граф.
2. Дали ориентиран граф има поне един цикъл.
3. Най-къс път (по брой ребра) от връх  $i$  до връх  $j$  в ориентиран граф.
4. Път с най-малко сумарно тегло от връх  $i$  до връх  $j$  в ориентиран тегловен граф.
5. Път от връх  $i$  до връх  $j$  в ориентиран тегловен граф, такъв че най-тежкото ребро в пътя е колкото се може по-леко.
6. Броят на маршрутите от връх  $i$  до връх  $j$  с дължина  $k$  ребра в ориентиран мултиграф.
7. Дължините на най-къси пътища в тегловен ориентиран граф между всеки два върха.
8. Дадени са градове и цените за построяване на велоалеи между някои от тях. Да се намери каква е минималната сума, с която може да се построят велоалеи, така че да има път между всеки два града, в случай че това е възможно; в противен случай да се напише, че не е възможно.
9. Дадени са  $n$  задачи  $\{t_1 \dots t_n\}$  и зависимости между тях от типа  $(i, k)$  със смисъл „ $t_i$  трябва да се изпълни преди  $t_k$ “. Да се намери ред за изпълнение на задачите, ако такъв съществува, в противен случай да се напише, че това не е възможно.

### Други задачи

1. Да се изчисли броят на пътищата от връх  $i$  до връх  $j$  в DAG.
2. Да се изчисли дължината на най-дълъг път в DAG.
3. Да се изчисли диаметърът на дърво.
4. Да се изчисли радиусът на дърво.
5. За произволен граф да се изчисли броят на срязващите върхове и броят на мостовете.
6. Да се докаже, че в произволен граф  $G(V, E)$ , за всяко  $W \subseteq V$  е вярно, че  $W$  е независимо множество тогава и само тогава, когато  $V \setminus W$  е върхово покритие.
7. Да се намери **кликното число**, **числото на независимост**, **числото на върховото покритие** и **числото на доминиране** на графа на Петерсен.
8. Да се изчисли **кликното число** на произв. дърво.
9. Да се изчисли **числото на независимост** на произв. дърво.
10. Да се изчисли **числото на върхово покритие** на произв. дърво.
11. Да се изчисли **числото на доминиране** на произв. дърво.
12. Да се намери броят на силно свързаните компоненти на ориентиран граф.
13. Да се определи дали DAG има единствена топологична наредба.
14. Да се намери ребро, което участва във всички цикли в ориентиран слабо свързан граф, ако такава съществува.
15. Да се намери второ минимално покриващо дърво на неориентиран тегловен граф.
16. Нека  $G(V, E)$  е граф с  $n$  върха и  $k$  е число, такава че  $1 \leq k \leq n$ . Намерете частично покриващо дърво (ЧПД) с  $k$  върха, ако такава съществува. ЧПД се нарича всеки подграф, който е дърво. Сега допуснете, че  $G$  е тегловен и намерете минимално ЧПД с  $k$  върха.