

**Зад. 1** Дадено е дърво  $T = (V, E)$ . Предложете колкото е възможно по-бърз в асимптотичния смисъл алгоритъм, който изчислява мощността на максимално независимо множество върхове в  $T$ .

**Решение:**

Обхождаме дървото в *postorder*, примерно с DFS, стартирайки от произволен връх  $u$ , което значи, че вече считаме дървото за кореново с корен  $u$ . Поддържаме два масива  $F[1, \dots, n]$  и  $G[1, \dots, n]$ . За всеки връх  $i$ , стойностите в тези масиви имат следния смисъл:

- $F[i]$  е мощността на максимално независимо м-во в поддървото, вкоренено във връх  $i$ , което множество съдържа  $i$ ,
- $G[i]$  е мощността на максимално независимо м-во в поддървото, вкоренено във връх  $i$ , което множество не съдържа  $i$ .

За всяко листо  $i$ ,

$$F[i] = 1, G[i] = 0$$

За всяко не-листо  $i$ , ако множеството от децата на  $i$  е  $ch(i)$ ,

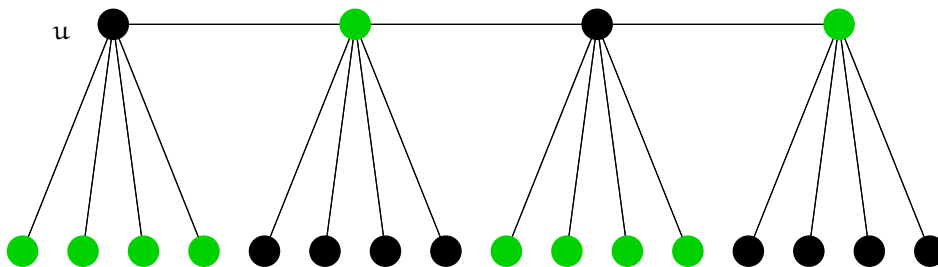
$$F[i] = 1 + \sum_{j \in ch(i)} G[j], \quad G[i] = \sum_{j \in ch(i)} \max\{F[j], G[j]\}$$

Сложността по време е  $\Theta(n)$ . □

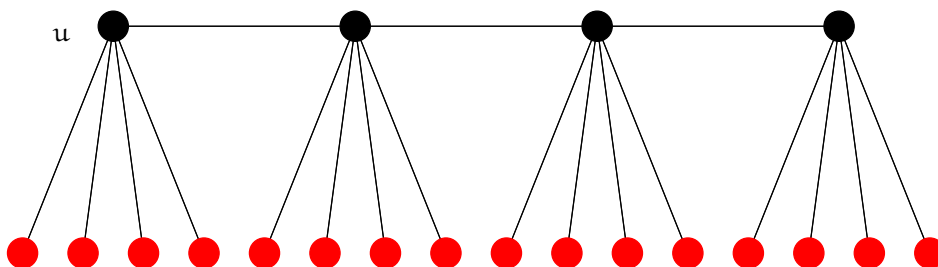
**Зад. 2** Докажете или опровергайте, че следният алгоритъм за изчисляване на мощността на максимално независимо множество върху дървета е коректен: избираме произволен връх  $u$  от даденото дърво  $T = (V, E)$  и пресмятаме  $n_1 = |\{v \in V \mid \text{dist}(u, v) \text{ е четно число}\}|$  и  $n_2 = |\{v \in V \mid \text{dist}(u, v) \text{ е нечетно число}\}|$  и връщаме  $\max\{n_1, n_2\}$ .

**Решение:**

Да разгледаме следния контрапример:



Върховете на четно разстояние от  $u$  са 10 (в черно) и върховете на нечетно разстояние от  $u$  също са 10 (в зелено). Съгласно предложеният алгоритъм, мощността на максимално независимо множество е 10 (или черните, или зелените върхове). В действителност в дървото има независимо множество с мощност 16 (в червено):



□