Задачи за първо домашно по ЕАИ на **8 гр**, 2к, сп. Компютърни Науки.

24 март 2013 г.

Задача 1 Да се детерминира автоматът, зададен от следната таблица на преходите:

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_2, q_1\}$	$\varnothing$
$^*q_1$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_3\}$	$\varnothing$
$^*q_3$	$\{q_2\}$	$\{q_4\}$
q_4	$\varnothing$	$\{q_3\}$

Задача 2 Да се минимизира автоматът, зададен с таблица на преходите:

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2
q_1	q_3	q_4
q_2	q_4	q_3
q_3	q_7	q_4
q_4	q_6	q_3
q_5	q_6	q_3
$^*q_6$	q_7	q_5
$^*q_7$	q_6	q_5

Задача 3 Нека $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Да се построи краен детерминиран автомат за:

а) езика $L_1 = \{\alpha \in \Sigma^* \,|\, \alpha$ се дели на 8, разглеждана като число $\}$.

б) езика $L_2 = \{\alpha \in \Sigma^* \,|\, \alpha$ дава остатък 3 при деление на $4\}$.

в) езика $L_3 = \{\alpha \in \Sigma^* \,|\, \alpha$ дава остатък 3 при деление на 4 или се дели на $8\}$

Минимизирайте получените автомати.

Задача 4 Да се построи краен, детерминиран автомат за езика:

а) $L = \{\alpha \in \{0,1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа 010 като поддума.$\}$

б) $L = \{\alpha \in \{0,1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа 010 като наставка.$\}$

в) $L = \{\alpha \in \{0,1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа поне две срещания на 010 като поддума.$\}$

г) $L = \{\alpha \in \{0,1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа точно едно срещане на 010 като поддума.$\}$

Задача 5 Да се минимизират автоматите, получени в Задача 4.

Задача 6 За дума $\alpha \in \{a,b\}^*$ с $A(\alpha)$ бележим броя на буквите a в α, а с $B(\alpha)$ – броя на буквите b. Да се докаже, че:

1. езикът $L_1 = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, |A(\alpha) - B(\alpha)| \leq 2\}$ **не е** регулярен.

2. езикът $L_2 = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, |A(\alpha) - B(\alpha)| \geq 3\}$ **е** регулярен.

3. езикът

$$L_3 = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, \text{ за всяка поддума } \beta \text{ на } \alpha, |A(\beta) - B(\beta)| \leq 2\}$$

е регулярен.

Постройте крайни, детерминирани, минимални автомати, разпознаващи L_2 и L_3.

Задача 7 Нека L_1 е регулярен език. Кои от следните езици са регулярни, кои не са и за кои не може да се отговори еднозначно на този въпрос? Обосновете се.

а) $L^R = \{\alpha \,|\, \alpha^R \in L_1\}$.

б) $L = \{\omega \in \{a,b\}^* \,|\, \omega = \omega^R\}$.

в) $L = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

г) $L = \{a^p \mid p$ е просто число.$\}$

д) $L = \{a^m b^{2n} \mid m \geq n, m, n \in \mathbb{N}\}$.

е) $L = \{\alpha \mid \alpha = baba^2ba^3 \dots ba^k,$ за някое естествено число $k\}$.

ж)

$$L = \{\alpha \in \{0,1\}^*/\{0,1\}^* \mid \quad \overline{\alpha} = p/q \text{ е съкратима рационална дроб в двоична бройна система.}\}$$

з)

$$L = \{\alpha \in \{0,1\}^*/\{0,1\}^* \mid \quad \overline{\alpha} = p/q \text{ е несъкратима рационална дроб в двоична бройна система.}\}$$

Задача 8 За регулярен език L с $ind(L)$ бележим индекса на релацията на Нероуд-Майхил, породен от L. Да се докаже, че за всеки два регулярни езика L_1 и L_2 са в сила оценките:

1. $ind(L_1 \cap L_2) \leq ind(L_1) ind(L_2)$.
2. $ind(L_1 \cup L_2) \leq ind(L_1) ind(L_2)$.
3. $ind(L_1 L_2) \leq 2^{ind(L_1)+ind(L_2)}$