



**Задача 1.** Да се докаже, че автоматът на Фиг. 1 разпознава езика  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ съдържа четен брой } a \text{ и } b\}$ .

**Задача 2.** Да се докаже, че автоматът на Фиг. 2 разпознава езика на онези думи  $w$  от  $\{0, 1\}^*$ , такива че  $w$  е естествено число записано в десетичен запис и 3 дели  $w$ .

**Задача 3.** Да се построи минималният детерминиран автомат за езика  $L$ , където:

- а)  $L = \{w \in \{0\}^* \mid w = 0^{3n}, \text{ за някое } n \in \mathbf{N}\}$ ;
- б)  $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ е естествено число записано в десетичен запис и } w \equiv 3 \pmod{2}\}$ ;
- в)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ съдържа точно веднъж } bb\}$ ;
- г)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ съдържа точно веднъж } aba\}$ ;
- д)  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = u x u^R \text{ за някои } u, x \in \{a, b\}^*\}$ , където думата  $u^R$  е думата  $u$  прочетена отзад напред.

**Задача 4.** Нека  $L$  е регулярен език над  $\Sigma$ . Да се докаже, че:

- а)  $L = \{x \in \Sigma^* \mid (\exists y \in \Sigma^*)(xy \in L)\}$  е регулярен;
- б)  $L = \{y \in \Sigma^* \mid (\exists x \in \Sigma^*)(xy \in L)\}$  е регулярен.

**Задача 5.** Нека  $L$  е регулярен език над  $\Sigma$ . Да се докаже, че:

- а)  $L = \{w \in \Sigma^* \mid (\exists x, y \in \Sigma^*)(xwy \in L)\}$  е регулярен;
- б)  $L = \{w \in \Sigma^* \mid (\exists x_0, x_1, \dots, x_k \in \Sigma^*)(\exists w_1, \dots, w_k \in \Sigma^*)(w = w_1 \dots w_k \& x_0 w_1 x_1 \dots w_k x_k \in L)\}$  е регулярен.

**Задача 6.** Да се докаже, че ако  $L$  е регулярен език, то съществува краен автомат  $M$ , такъв че  $L(M) = L$  и освен това  $M$  има единствено начално и единствено заключително състояние, като при това в началното не влизат стрелки, а от заключителното не излизат стрелки.

**Задача 7.** Нека  $L$  е регулярен език над  $\Sigma$ . Да се докаже, че  $L = \{w \in \Sigma^* \mid w^R \in L\}$  е регулярен.

**Задача 8.** Нека  $L$  е регулярен език над  $\Sigma$ . Да се докаже, че:

- а)  $L = \{a_1 a_3 \dots a_{2n-1} \mid a_1 a_2 \dots a_{2n} \in L, a_i \in \Sigma\}$ ;

- б)  $L = \{a_2a_1a_4a_3 \dots a_{2n}a_{2n-1} \mid a_1a_2 \dots a_{2n} \in L, a_i \in \Sigma\}$ ;  
в)  $L = \{xy \mid x, y \in \Sigma^* \text{ и } yx \in L\}$ .

**Задача 9.** Да се докаже, че езикът  $L = \{a^n b^m \mid m, n \in \mathbf{N} \ \& \ m = n\}$  не е регулярен.

**Задача 10.** Да се докаже, че езикът  $L = \{a^n b^m \mid m, n \in \mathbf{N} \ \& \ m > n\}$  не е регулярен.

**Задача 11.** Да се докаже, че езикът  $L = \{0^i 1^j \mid i \text{ и } j \text{ са взаимно прости естествени числа}\}$  не е регулярен.

**Задача 12.** Да се докаже, че езикът  $L = \{0^p \mid p \text{ е просто число}\}$  не е регулярен.

**Задача 13.** Нека  $\Sigma$  е крайно множество. Да се докаже, че съществува такава безкрайна редица  $a_0, a_1, \dots, a_n \dots$  от елементи на  $\Sigma$ , че езикът  $L = \{a_0 a_1 \dots a_k \mid k \in \mathbf{N}\}$  не е регулярен.

**Задача 14.** Да се докаже, че езикът  $L = \{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\}$  е регулярен тогава и само тогава, когато  $|\Sigma| = 1$ .

**Задача 15.** Нека  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = u\bar{u} \text{ за някое } u \in \{a, b\}^*\}$ , като  $\bar{u}$  се получава от  $u$ , като заменим всяко  $a$  с  $b$  и всяко  $b$  с  $a$ . Да се докаже, че  $L$  не е регулярен.