

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ  
 спец. Компютърни науки  
 10.06.2008г.

**Задача 1.** Винаги ли е вярно, че

- $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^* \text{ \& } |w| < 10\}$  е регулярен език.
- Безкрайно обединение на контекстно свободни езици е контекстно свободен език.
- Ако  $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$  е NFA и  $L = L(A)$ , то  $|Q| \geq |R_L|$ .
- Ако  $G$  е к. св. гр. в норм ф. на Чомски с  $n$  нетерминала, то  $L(G)$  е безкраен  $\Leftrightarrow \exists z \in L(G) : n \leq |z| < 2n$
- Допълнение на контекстно свободен език е конт. свободен.
- Има МТ, която по даден NFA  $A$  разпознава дали  $L(A) = \Sigma^*$ .
- Ако  $A \subseteq \Sigma^*$  и  $\Sigma^* \setminus A$  са полуразрешими, то  $A$  е разрешимо.
- Ако  $L \in \mathbf{NP}$  и  $\mathbf{3SAT} \leq_P L$ , то  $L \in \mathbf{NP}$  пълен.

**Задача 2.** Покажете, че алгоритъмът за минимизация намира минимален автомат еквивалентен на дадения.

**Задача 3.** Нека  $G = (V, \Sigma, P, S)$  е к. св. гр. Дефинирайте стеков автомат  $M = (\{q\}, \Sigma, \Gamma, s, F) : L(M) = L(G)$ . Докажете, че ако  $w \in \Sigma^*, \alpha \in V(V \cup \Sigma)^* \cup \{\epsilon\}$ , то  $S \Rightarrow^* w\alpha \Rightarrow (q, w, S) \vdash^* (q, \epsilon, \alpha)$ .

**Задача 4.** Нека  $\Sigma = \{a, b\}$  и  $\emptyset \neq A \subseteq \Sigma^*$  е полуразрешимо. Да се докаже, че има обратима изчислима функция  $f : N \rightarrow \Sigma^*$  с област от стойности  $A$  (номерираща  $A$  без повторение). Докажете, че  $\{\langle M \rangle \mid M \text{ е МТ и } a \in L(M)\}$  е полуразрешим и не е разрешим.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ  
 спец. Компютърни науки  
 10.06.2008г.

**Задача 1.** Винаги ли е вярно, че

- $\{w \mid w \in \{a, b\}^* \text{ \& } |w| > 10\}$  е регулярен език.
- Безкрайно обединение на регулярни езици е разрешим език.
- Ако  $L \subseteq \{0, 1\}^*$  е разрешим, то  $|R_L| = \infty$ .
- Ако за един език е изпълнена Pumping лемата за регулярни езици, то той е регулярен.
- Сечение на 2 контекстно свободни езика е контекстно свободен.
- Има МТ, която по даден NFA  $A$  разпознава дали  $L(A) = \emptyset$ .
- Всяка  $\mu$ -рекурсивна функция е примитивно рекурсивна.
- Ако  $L \in \mathbf{NP}$  пълен и  $L_1 \leq_P L$ , то  $L_1 \in \mathbf{NP}$  пълен.

**Задача 2.** Нека  $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$  е свързан, тотален DFA,  $L(M) = L$ ,  $|Q| = |R_L|$ . Докажете, че  $M$  е изоморфен на автомата на Нероуд  $M_{\equiv}$  за  $L$ .

**Задача 3.** Докажете лемата за покачването за контекстно свободните езици.

**Задача 4.** Нека  $A \subseteq \Sigma^*$  е разрешимо и  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  е изчислима функция с област на стойностите  $\Sigma^*$ ,  $f(A) \cap f(\bar{A}) = \emptyset$ . Тук  $f(A) = \{f(w) \mid w \in A\}$ . Да се докаже, че  $f(A)$  е разрешимо. Докажете, че  $\{\langle M \rangle \mid M \text{ е МТ и } b \in L(M)\}$  е полуразрешим и не е разрешим.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>3</b>					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ  
 спец. Компютърни науки  
 10.06.2008г.

**Задача 1.** Винаги ли е вярно, че

1. Ако  $L \subseteq \Sigma^* = \{a, b\}^*$  и  $\Sigma^* \setminus L$  е краен, то  $L$  е регулярен език.
2. Безкрайно обединение на регулярни езици е контекстно свободен.
3. Ако  $M$  е краен автомат в  $\Sigma = \{0, 1\}$  и  $L = L(M)$ , то  $(\forall u, v \in \Sigma^*)(uR_L v \Rightarrow uR_M v)$ .
4. СУК алгоритъмът разпознава за полиномиално време по дадена к. св. гр.  $G$  в н.ф. на Чомски над  $\Sigma$ , дали за  $w \in \Sigma^*$ ,  $w \in L(G)$ .
5. Ако  $G$  е к. св. гр. с  $n$  нетерминала в н. ф. на Чомски,  $L(G) \neq \emptyset$  и  $\epsilon \notin L(G)$ , то има дума  $w \in L(G) \mid |w| < 2^n$ .
6. Има МТ, такава че за всеки NFA намира минимален еквивалентен DFA.
7. Един език е полуразрешим, ако се генерира с граматика от тип 0.
8. Ако  $L \in \mathbf{P}$  и  $L \in \mathbf{NP}$ - труден, то  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ .

**Задача 2.** Докажете теоремата на Клини за автоматни езици.

**Задача 3.** Нека  $G = (V, \Sigma, P, S)$  е к.св. гр. Дефинирайте стеков автомат  $M = (\{q\}, \Sigma, \Gamma, s, F) : L(M) = L(G)$ . Докажете че ако  $w \in \Sigma^*$ ,  $\alpha \in V(V \cup \Sigma)^* \cup \{\epsilon\}$ , то  $S \Rightarrow^* w\alpha \Rightarrow (q, w, S) \vdash^* (q, \epsilon, \alpha)$ .

**Задача 4.** Нека  $\Sigma = \{a, b\}$ . Да се докаже, че ако  $P$  е безкраен полуразрешим език в  $\Sigma^*$ , то има безкраен разрешим език  $R \subseteq P$ . Докажете, че  $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ е МТ, } L(M) = R\}$ , не е разрешим.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>4</b>					
Име:					

ИЗПИТ ПО ЕАИ  
 спец. Компютърни науки  
 10.06.2008г.

**Задача 1.** Винаги ли е вярно, че:

1. Ако  $L_1 \subseteq L_2 \subseteq \{a, b\}^*$  и  $L_2$  е регулярен език, то  $L_1$  е регулярен.
2. Безкрайно обединение на контекстно свободни езици е контекстно свободен.
3. Ако един език не е разрешим, то индексът на релацията на Нероуд за него е безкраен.
4. Ако  $M$  е краен автомат с  $n$  състояния и  $L(M)$  е безкраен, то има дума  $w \in L(M) \mid n \leq |w| < 2n$ .
5. Ако  $L$  е контекстно свободен, то и  $L^*$  е контекстно свободен език.
6. Има МТ, такава че за всеки NFA намира еквивалентен DFA.
7. Функцията на Акерман е примитивно рекурсивна.
8. Ако има  $L - \mathbf{NP}$  пълнен и  $3SAT \leq_P L$ , то  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ .

**Задача 2.** Докажете че езикът  $L$  е регулярен  $\iff |R_L| < \infty$ .

**Задача 3.** Докажете, че за всяка к. св. гр.  $G$  има стеков автомат  $A$ , такъв че  $L(A) = L(G)$ .

**Задача 4.** Нека  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  е обратима изчислима функция с област на стойностите  $range(f)$ - разрешимо множество. Нека  $A \subseteq \Sigma^*$  е разрешимо. Докажете, че  $f(A) = \{f(w) \mid w \in A\}$  е разрешимо и  $\{\langle M \rangle \mid M \text{ е МТ, разрешаваща } A\}$  не е разрешимо.