

Име: Ф№: Гр:

Задача	1	2	3	4	5	6	ОБЩО
получени точки							
от максимално	24	11	25	20	20	20	120

Обосновете всички отговори колкото можете по-добре.

Зад. 1 Разгледайте следния алгоритъм.

ALG1(n : цяло число, по-голямо или равно на 8)

```

1  i ← 8, p ← 1, q ← 1
2  while i < n do
3      i++
4      if p ≥ 1
5          p--
6          q ← q + 2
7      else
8          p ← p + 2
9          q ← q - 3
10 return (p, q)

```

Докажете, че алгоритъмът връща такива p и q , че $p \geq 0$, $q \geq 0$ и $n = 5p + 3q$.

Зад. 2 Подредете по асимптотично нарастване следните 12 функции:

$$\begin{array}{llll}
 f_1(n) = n^2 & f_2(n) = n \binom{n}{2} & f_3(n) = \sum_{i=1}^n \binom{n}{i}^2 & f_4(n) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^i} \\
 f_5(n) = \sqrt[n]{n!} & f_6(n) = \lg \lg \lg n & f_7(n) = 2^{2^n} & f_8(n) = 2^{2^{n+2}} \\
 f_9(n) = 2^{n^2} & f_{10}(n) = \lg \lg \lg \binom{n}{2} & f_{11}(n) = 2^{n!} & f_{12}(n) = \sum_{k=1}^{n^2} \frac{n^2}{k}
 \end{array}$$

Напишете окончателната наредба в явен вид.

Зад. 3 Докажете, че за да бъдат намерени максимума и минимума на n числа чрез, и само чрез, директни сравнения, са необходими поне $\lceil \frac{3n}{2} \rceil - 2$ сравнения.

Бонус 10 точки: Ако освен това напишете алгоритъм, използващ точно толкова сравнения, ще получите бонус от 10 точки. Бонус може да има само при наличие на смислен, може би непълен, аргумент за долната граница.