Апрокс. на Стърлинг (следствие):

$$n! \asymp \sqrt{n}\,\frac{n^n}{e^n}.$$

$$\lg(n!) \asymp n \lg n$$

$$\lg(n!) \asymp \lg\left(\sqrt{n}\,\frac{n^n}{e^n}\right) = \frac{1}{2}\lg n + n\lg n + n\lg e \asymp n \lg n$$

⚠ Апрокс. на Стърлинг (следствие):

$$n! \asymp \sqrt{n}\,\frac{n^n}{e^n}.$$

⚠ $$\lg(n!) \asymp n\lg n$$

$$\lg(n!) \asymp \lg\left(\sqrt{n}\,\frac{n^n}{e^n}\right) = \frac{1}{2}\lg n + n\lg n + n\lg e \asymp n\lg n$$

- $$\sum_{k=1}^{n} k\lg k \asymp n^2\lg n$$

⚠ $$H_n \stackrel{def}{=} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \asymp \lg n.$$

<u>Зад. 1</u> <u>ДСД</u>, че

$$1 \prec \lg\lg n \prec \lg^t n \prec n^\varepsilon \prec 2^{n^\alpha} \prec n! \prec n^n$$

<u>Реш.</u> 1) $\lg\lg n$ расте неогр. Значи $1 \prec \lg\lg n$

2) $\lg\lg n \prec \lg n$: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\lg\lg n}{\lg n}$ $\overset{\text{по Лопитал}}{=}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(\lg\lg n)'}{(\lg n)'} =$

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{\lg n} \cdot \dfrac{(\lg n)'}{(\lg n)'} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{\lg n} = 0 \rightarrow \lg\lg n \prec \lg n.$

Зад. 1 ДСД, че

$$1 \prec \lg\lg n \prec \lg^t n \prec n^\varepsilon \prec 2^{n^\alpha} \prec n! \prec n^n$$

Реш. 3) $\lg n \prec n$: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\lg n}{n} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \overset{\text{по Лопитал}}{=}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(\lg n)'}{n'} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0 \to \lg n \prec n.$

4) $n \prec 2^n$: n и 2^n растат неогр.

$\lg n \prec \lg(2^n) = n\lg 2 = n \to n \prec 2^n.$

5) $2^n \prec n!$: $\lg(2^n) = n \prec \lg(n!) \asymp n\lg n \to 2^n \prec n!$

Зад. 1 ДСД, че

$$1 \prec \lg\lg n \prec \lg^t n \prec n^{\varepsilon} \prec 2^{n^{\alpha}} \prec n! \prec n^n$$

Реш. б) $n! \prec n^n$:

$$n! \asymp \sqrt{n}\,\frac{n^n}{e^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{n^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}\,\frac{\cancel{n^n}}{e^n}}{\cancel{n^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{e^n} = 0$$

$$\binom{n}{\frac{n}{2}} \asymp \frac{2^n}{\sqrt{n}}$$

еш.

Наблюдения:

- $\sin(n!)+2 \asymp 1$, защото
  $\forall n: -1 \leq \sin(n) \leq 1$
  $\longrightarrow 1 \leq \sin(n!)+2 \leq 3$
- $\lg(n!) \asymp n \lg n$
- $4^{\lg n} = 2^{2\lg n} = (2^{\lg n})^2 \asymp n^2$
- $n^{\frac{1}{\lg n}} = n^{\frac{\lg 2}{\lg n}} = n^{\lg_n 2} = 2 \asymp 1$
- $(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg \lg n}$ $(a^{\log_b c} = c^{\log_a b})$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нарастване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2 \lg n}}$

- $\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$ по Даламбер

Критерий на Даламбер:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $(\forall n: a_n > 0)$:
ако $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell$, то:

- $\ell < 1 \rightarrow$ редът е сх.
- $\ell > 1 \rightarrow$ редът е разх.

$2^{\lg n}$, n^3, $n!$, $(\lg n)!$, $\lg^2 n$, $\lg(n!)$,

$n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\lg \lg n$, $\left(\frac{3}{2}\right)^n$, $n \cdot 2^n$, $4^{\lg n}$, $(n+1)!$,

$2^{\sqrt{2 \lg n}}$, $n^{\lg \lg n}$, $\ln n$, $2^{\lg n}$, $(\lg n)^{\lg n}$; $\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k}$,

$2 \pm \sin(n!)$, $\frac{\sqrt{n}}{\lg \lg n}$, $\sqrt[3]{n} \lg \lg n$, дения:

$\sin(n!)+2 \asymp 1$

$(n!) \asymp n\lg n$

$g^n = n^2$

$\frac{1}{\lg n} \asymp 1$

$)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$\frac{1}{2^k} \asymp 1$

$\asymp \lg n$

$\boxed{\prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нарастване

$\sqrt{2}^{\lg n}, n^3, 2^{2^n}, n^{\frac{1}{\lg n}}, \sqrt{\lg n}, 2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\sqrt{\lg n}$ с/у $\ln n$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{\lg n}}{\ln n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{\lg n}}{\lg n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\lg n}} = 0$$

$\longrightarrow \sqrt{\lg n} \prec \ln n$

внения дотук:

$n!) + 2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp$

$< \lg \lg n < \sqrt{\lg n}$

$n\, n < \lg^2 n$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нарастване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2 \lg n}}$

Сравняваме:

- $\ln n$ с/у $\lg^2 n$:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\ln n}{\lg^2 n} = \lim_{n \to \infty} \frac{\lg n}{\lg^2 n} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{\lg n} = 0$$

$$\longrightarrow \ln n < \lg^2 n$$

...

...блюдения:

$\sin(n!)+2 \asymp 1$

$\lg(n!) \asymp n\lg n$

$4^{\lg n} = n^2$

$n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$

$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$

$\ln n \asymp \lg n$

$\boxed{\lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}}$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\lg^2 n$ с/у $2^{\sqrt{2\lg n}}$.

Ф-иите растат неогр.

$\lg(\lg^2 n) = 2\lg\lg n \asymp \lg\lg n$

$\lg(2^{\sqrt{2\lg n}}) = \sqrt{2}\sqrt{\lg n} \asymp \sqrt{\lg n}$

$\rightarrow \lg(\lg^2 n) \prec \lg(2^{\sqrt{2\lg n}})$

$\rightarrow \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}}$

ля:

$) + 2 \asymp 1$

$\asymp n \lg n$

$= n^2$

$\asymp 1$

$= n^{\lg \lg n}$

$\asymp 1$

$\lg n$

$\lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n$

Сравнения дотук:

$\sin(n!) + 2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg \lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2 \lg n}} \prec \sqrt[3]{n} \lg \lg n \prec \sqrt[3]{n} \lg \lg n$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}, n^3, 2^{2^n}, n^{\frac{1}{\lg n}}, \sqrt{\lg n}, 2^{\sqrt{2 \lg n}}$

Сравняваме:

- $\frac{\sqrt{n}}{\lg \lg n}$ с/у $\sqrt[3]{n} \lg \lg n$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\frac{\sqrt{n}}{\lg \lg n}}{\sqrt[3]{n} \lg \lg n} = \lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n} (\lg \lg n)^2} = \lim_{n \to \infty} \frac{\sqrt[6]{n}}{(\lg \lg n)^2} = \infty \to \frac{\sqrt{n}}{\lg \lg n} \succ \sqrt[3]{n} \lg \lg n$$

одения:

$\sin(n!)+2 \asymp 1$

$\lg(n!) \asymp n\lg n$

$4^{\lg n} = n^2$

$n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$

$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$

$\ln n \asymp \lg n$

$\boxed{\lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2}\frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \lg(n!)$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нарастване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\sqrt[3]{n}\lg\lg n$ с/у $\lg(n!)$:

$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n}\lg\lg n}{\lg(n!)} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n}\lg\lg n}{n\lg n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\lg\lg n}{\sqrt[3]{n^2}\lg n} = 0 \to \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \lg(n!)$

...дения:

$...n(n!)+2 \asymp 1$

$...(n!) \asymp n\lg n$

$...g^{n} = n^2$

$...^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$

$...^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$...\frac{1}{2^k} \asymp 1$

$... \asymp \lg n$

$... \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n$

Сравнения допълн.:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!)$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}, n^3, 2^{2^n}, n^{\frac{1}{\lg n}}, \sqrt{\lg n}, 2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n}$ с/у $\lg(n!)$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n}}{\lg(n!)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg(n)\cdot n\lg n} = 0$$

Реш.

Наблюдения:

- $\sin(n!)+2 \asymp 1$
- $\lg(n!) \asymp n\lg n$
- $4^{\lg n} = n^2$
- $n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$
- $(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$
- $\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$
- $\ln n \asymp \lg n$

$$\boxed{1 \prec \lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$$

Сравнения дотук:

$$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \prec 4^{\lg n}$$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\lg(n!)$ с/у $4^{\lg n}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\lg(n!)}{4^{\lg n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n\lg n}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{\lg n}{n} = 0$$

дения:

$\sin(n!)+2 \asymp 1$

$\lg(n!) \asymp n\lg n$

$4^{\lg n} = n^2$

$n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$

$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$

$\ln n \asymp \lg n$

$\boxed{\lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2}\frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\,\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \prec 4^{\lg n}$$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст- ване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\lg(n!)$ с/у $4^{\lg n}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\lg(n!)}{4^{\lg n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{n\lg n}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{\lg n}{n} = 0.$$

Ш.

Наблюдения:

- $\sin(n!)+2 \asymp 1$
- $\lg(n!) \asymp n\lg n$
- $4^{\lg n} = n^2$
- $n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$
- $(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$
- $\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$
- $\ln n \asymp \lg n$

$\boxed{\prec \lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \preceq 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\,\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \prec 4^{\lg n} \prec n^3$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n},\ n^3,$

$2^{2^n},\ n^{\frac{1}{\lg n}}$

$\sqrt{\lg n},\ 2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- n^3 с/у $4^{\lg n}$:

$4^{\lg n} = n^2 \prec n^3$

…юдения:

$\sin(n!)+2 \asymp 1$

$\lg(n!) \asymp n\lg n$

$4^{\lg n} = n^2$

$n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$

$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$

$\ln n \asymp \lg n$

$\boxed{\lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \prec 4^{\lg n} \prec n^3$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\lg^2 n$ с/у $\sqrt{2}^{\lg n}$:

$\lg(\lg^2 n) \asymp \lg\lg n$

$\lg(\sqrt{2}^{\lg n}) \asymp \lg^2 n \longrightarrow$

$\lg^2 n \prec \sqrt{2}^{\lg n}$

...дения:

$\sin(n!)+2 \asymp 1$

$\lg(n!) \asymp n\lg n$

$4^{\lg n} = n^2$

$n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$

$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$

$\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$

$\ln n \asymp \lg n$

$\boxed{\lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \preceq 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \prec 4^{\lg n} \preceq n^3$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}, n^3,$
$2^{2^n}, n^{\frac{1}{\lg n}},$
$\sqrt{\lg n}, 2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $2^{\sqrt{2\lg n}}$ с/у $\sqrt{2}^{\lg n}$:

$\lg(2^{\sqrt{2\lg n}}) \asymp \sqrt{\lg n}$

$\lg(\sqrt{2}^{\lg n}) \asymp \lg^2 n \rightarrow 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt{2}^{\lg n}$

...ния:

$\ldots n!) + 2 \asymp 1$

$\ldots !) \asymp n \lg n$

$\ldots = n^2$

$\ldots \asymp 1$

$\ldots ^{gn} = n^{\lg \lg n}$

$\ldots ^{k} \asymp 1$

$\ldots \asymp \lg n$

$\ldots < \lg n < n < 2^n < n! < n^n$

Сравнения дотук:

$$\sin(n!) + 2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg \lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \preceq 2^{\sqrt{2 \lg n}} \prec \sqrt[3]{n} \lg \lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg \lg n} \prec \lg(n!) \prec 4^{\lg n} \preceq n^3$$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст- ване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2 \lg n}}$

Сравняваме:

- $2^{\sqrt{2 \lg n}}$ с/у $\sqrt{2}^{\lg n}$:

$\lg(2^{\sqrt{2 \lg n}}) \asymp \sqrt{\lg n}$

$\lg(\sqrt{2}^{\lg n}) \asymp \lg n \longrightarrow 2^{\sqrt{2 \lg n}} \prec \sqrt{2}^{\lg n}$

ения:

$(n!)+2 \asymp 1$

$n!) \asymp n \lg n$

$n = n^2$

$n \asymp 1$

$gn = n^{\lg\lg n}$

$k \asymp 1$

$\asymp \lg n$

$\boxed{\prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$

Сравнения дотук:

$$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \preceq 4^{\lg n} \prec n^3$$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нарастване

$\sqrt{2}^{\lg n}$, n^3, 2^{2^n}, $n^{\frac{1}{\lg n}}$, $\sqrt{\lg n}$, $2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $\lg(n!)$ с/у $(\lg n)!$:

$\lg(\lg(n!)) \asymp \lg(n\lg n) = \lg n + \lg\lg n \asymp \lg n$

$\lg((\lg n)!) \asymp \lg(n)\lg\lg(n) \longrightarrow$

$\lg(n!) \prec (\lg n)!$

Ш.

аблюдения:

- $\sin(n!)+2 \asymp 1$
- $\lg(n!) \asymp n\lg n$
- $4^{\lg n} = n^2$
- $n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp 1$
- $(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$
- $\sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \asymp 1$
- $\ln n \asymp \lg n$

$$\boxed{\prec \lg\lg n \prec \lg n \prec n \prec 2^n \prec n! \prec n^n}$$

Сравнения дотук:

$\sin(n!)+2 \asymp n^{\frac{1}{\lg n}} \asymp \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \prec \lg\lg n \prec \sqrt{\lg n} \prec \ln n \prec \lg^2 n \prec 2^{\sqrt{2\lg n}} \prec \sqrt[3]{n}\lg\lg n \prec \frac{\sqrt{n}}{\lg\lg n} \prec \lg(n!) \preceq 4^{\lg n} \prec n^3$

Зад. 2

Да се подредят по асимп. нараст-ване

$\sqrt{2}^{\lg n}, n^3, 2^{2^n}, n^{\frac{1}{\lg n}}, \sqrt{\lg n}, 2^{\sqrt{2\lg n}}$

Сравняваме:

- $(\lg n)!$ с/у $4^{\lg n}$:

$\lg((\lg n)!) \asymp \lg(n)\lg\lg(n)$

$\lg(4^{\lg n}) = \lg n \lg 4 \asymp \lg n$