

## Задачи върху обхождане на графи.

**Задача 1.** Дадено е дърво с множество от върховете  $\{1, 2, \dots, n\}$ , представено чрез списъци на съседство. Да се състави алгоритъм, който за време  $O(n)$  намира дължината (в брой ребра) на най-дълъг път в дървото. Да се състави още алгоритъм, който решава същата задача, но във варианта, в който ребрата на дървото имат тегла. Да се обоснове накратко защо съставените алгоритми са коректни.

**Задача 2.** Дадено е кореново дърво с множество от върховете  $\{1, 2, \dots, n\}$  и корен 1, представено чрез списъци на съседство. Да се състави двойка алгоритми, първият от които за време  $O(n)$  извършва предварителна обработка, а вторият за време  $O(1)$  отговаря на заявки от вида: ако  $(i, j)$  е произволна двойка върхове в дървото, вярно ли е, че  $i$  е предшественик на  $j$ .

**Задача 3.** Даден е ориентиран граф с множество от върховете  $\{1, 2, \dots, n\}$ , представен чрез списъци на съседство. Да се състави алгоритъм, който връща кое да е ребро  $(i, j)$ , участващо във всеки цикъл в дадения граф, или 0 – ако такова ребро няма.

**Задача 4.** Даден е ориентиран граф с множество от върховете  $\{1, 2, \dots, n\}$ , представен чрез списъци на съседство. Да се състави алгоритъм, който за време  $O(n + m)$  изчислява най-малкия брой ребра, които трябва да се добият към дадения граф, за да е изпълнено, че има път от 1 до всеки друг връх.

**Задача 5.** Нека  $u$  и  $v$  са думи от  $\{a, b\}^*$  с еднаква дължина. Казваме, че  $v$  се получава от  $u$  чрез замяна, ако  $v$  се различава от  $u$  в точно една позиция. Например  $abab$  се получава от  $abbb$  чрез замяна. Казваме още, че  $v$  се получава от  $u$  чрез редица от замени, ако има редица от думи  $w_1, w_2, \dots, w_t$ , за която  $w_1 = u$ ,  $w_t = v$  и за всяко  $1 \leq i < t$  е изпълнено, че  $w_{i+1}$  се получава от  $w_i$  чрез замяна. Такава редица наричаме *редица от замени*, чрез която  $v$  се получава от  $u$ . Например  $abababa$  се получава от  $abaaaa$  чрез следната редица от замени:  $abaaaa \rightarrow ababaab \rightarrow abababb \rightarrow abababa$ . Даден е масив от  $n$  на брой  $k$ -буквени думи, както и двойка думи от този масив. Да се състави алгоритъм, който за време  $O(kn \lg n)$  изчислява дължината на най-късата редица от замени, в която участват само думи от дадения масив и чрез която  $v$  се получава от  $u$ .