

Неравенства

7 клас

ОСНОВНИ ПОНЯТИЯ

- Знаци за сравнение - $>$, $<$ и $=$.
- За всеки две числа или изрази A и B е възможно:
 - $A > B$ или $A < B$
 - $A \geq B$ или $A \leq B$

Какво е неравенство?



- **Дефиниция** – всеки два израза, свързани със знаците за сравнение, образуват неравенство. Неравенство с една променлива наричаме неравенство с едно неизвестно.
- **Видове неравенства:**
 - **строги неравенства** – свързани само със знаците „ $<$ “ или „ $>$ “
 - **нестроги неравенства** – свързани със знаците „ \geq “ или „ \leq “

Видове записи на решението

В дадената таблица сме показали основните понятия, които използваме при записване и решаване на следните неравенства:

a) $x \geq 15$

b) $x > -10$

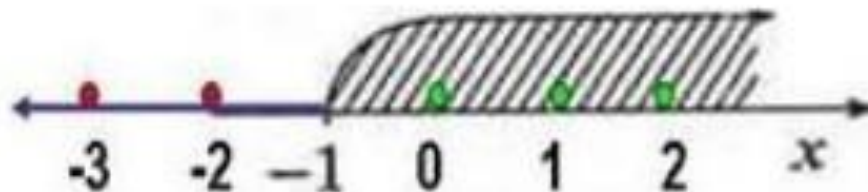
Алгебричен запис	Изображение върху числова ос	Символен запис
$x \geq 15$ Нестрого неравенство 15 е решение		$x \in [15; +\infty)$
$x > -10$ Строго неравенство -10 не е решение		$x \in (-10; +\infty)$

Пример

Казваме, че едно число е решение на дадено неравенство, ако след заместването го превръща във вярно числово равенство.

Пример: Числата 0, 1 и 2 са решения на строгото неравенство $x > -1$, а числата -3, -2 и -1 не са решения.

На чертежа числото -1 разделя числовата ос на две множества – числата, изобразени отдясно на числото -1, са решения на неравенството, а останалите – не са.



ОСНОВНИ СВОЙСТВА

- Ако $a < b$, то $b > a$
- Ако $a > b$ и $b > c$, то $a > c$
- Ако $a > 0$ и $b > 0$, то $ab > 0$
- Ако $a < 0$ и $b > 0$, то $ab < 0$
- Ако $a < 0$ и $b < 0$, то $ab > 0$

ОСНОВНИ СВОЙСТВА

- Ако $a > b$, то $a + c > b + c \rightarrow$ Ако към двете страни на неравенството прибавим едно и също число, получаваме вярно неравенство
- Ако $a > b$ и $c > 0$, то $ac > bc \rightarrow$ Ако умножим или разделим двете страни на едно неравенство с едно и също положително число, получаваме вярно неравенство
- Ако $a > b$ и $c < 0$, то $ac < bc \rightarrow$ Ако умножим или разделим двете страни на едно неравенство с едно и също отрицателно число, то знакът на неравенството се обръща

Действия с неравенства

- Събиране на неравенства с еднакви посоки:

Ако $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$

- Умножение на неравенства с еднакви посоки:

Ако $a > b > 0$ и $c > d > 0$, то $ac > bd$

Ако $a > b$ и $a > 0, b > 0$, то $a^n > b^n$, където n е естествено число.

Теорема за еквивалентност

Теорема 1: Ако в неравенство един израз се замени с еквивалентен на него израз, то получаваме неравенство, еквивалентно на даденото.

Теорема 2: Ако прехвърлим число или израз от едната в другата страна на неравенството с обратен (противоположен) знак, то се получава еквивалентно неравенство.

Теорема за еквивалентност

Теорема 3: Ако умножим двете страни на неравенство с положително число или израз, който приема само положителни стойности, то получаваме неравенство, еквивалентно на даденото.

Теорема 4: Ако умножим двете страни на неравенство с отрицателно число или израз, който приема само отрицателни стойности, то неравенството променя знака си.

Задачи

1 зад.

Условие: $x - 3 > 4,3$

$$x - 3 > 4,3$$

$$x > 4,3 + 3$$

$$x > 7,3$$

Следователно решенията на даденото неравенство са числата в следния интервал: $x \in (7,3 ; +\infty)$

Упражнение: Изобразете решенията на неравенството върху числовата ос.

2 зад.

Условие: $4,3 \leq 2(x - 0,5)$

1. Разкриваме скобите:

$$4,3 \leq 2x - 1$$

2. Прехвърляме изразите, съдържащи неизвестното x от едната страна на неравенството, а онези, които не съдържат x – от другата страна на неравенството. Всички прехвърляния са с противоположен знак.

$$4,3 + 1 \leq 2x$$

3. Извършваме означените действия:

$$5,3 \leq 2x$$

4. Решаваме полученото линейно неравенство:

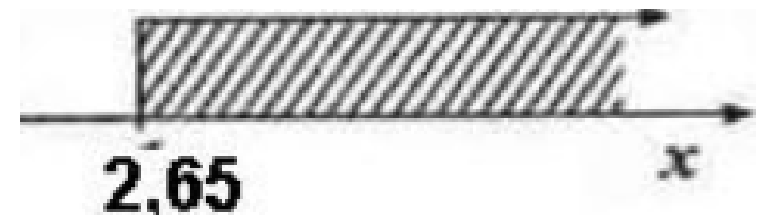
$$2x \geq 5,3 \quad |:2$$

5. Получаваме отговор:

$$x \geq 2,65$$

6. Записваме решенията с интервал:

$$x \in [2,65; +\infty)$$



3 зад.

Условие: $3(x - 5) \geq 6(x - 0,5)$

Решение:

$$3x - 15 \geq 6x - 3$$

$$3x - 6x \geq 15 - 3$$

$$-3x \geq 12 \quad | \cdot (-1)$$

$$3x \leq -12$$

$$x \leq -4$$

Отговор: $x \in (-\infty; -4]$

За упражнение

1. $1 - (4x + 1) \leq 6(2 + x)$

2. $x + 5 \leq 0,5(2x - 3)$

Въпроси?