Задача 1. Да се докаже чрез комбинаторни разсъждения всяко от следните:

а) за всеки $n, k \in \mathbb{N}$ с $k \leq n$ е в сила $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$;

б) за всеки $n, k \in \mathbb{N}$ с $k \leq n$ е в сила $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$;

в) за всяко $n \in \mathbb{N}$ е в сила $2^n = \sum\limits_{i=0}^{n} \binom{n}{i}$;

г) за всеки $n, k \in \mathbb{N}$ с $k \leq n$ е в сила $\binom{n}{k} 2^{n-k} = \sum\limits_{i=k}^{n} \binom{n}{i} \binom{i}{k}$;

д) за всеки $m, n, k \in \mathbb{N}$ с $k \leq \min(m, n)$ е в сила $\binom{m+n}{k} = \sum\limits_{i=0}^{k} \binom{m}{i} \binom{n}{k-i}$;

е) за всеки $n, p, q \in \mathbb{N}$ с $p + q \leq n$ е в сила $\binom{n}{p+q} = \sum\limits_{i=p}^{n-q} \binom{i-1}{p-1} \binom{n-p}{q}$.

Задача 2. Да се реши всяко от следните рекурентни уравнения:

а) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ при $a_0 = 0$ и $a_1 = 1$;

б) $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ при $a_0 = 1$ и $a_1 = 2$;

в) $a_n = 10a_{n-1} - 21a_{n-2} + 3^n$ при $a_0 = 1$ и $a_1 = 4$;

За следващите три няма да смятаме константите, затова и не са дадени начални условия.

г) $a_n = 4a_{n-1} + 3a_{n-2} + 1$;

д) $a_n = 4a_{n-2} + n2^n + 4 \cdot 3^n$;

е) $a_n = 8a_{n-1} - a_{n-2} + 2n4^n + n2^{3n} + 2n8^n$;

ж) $a_n = \displaystyle\sum_{i=0}^{n-1} 3a_i$ при $a_0 = 1$;

з) $a_n = a_{n-1} + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ при $a_0 = \frac{1}{3}$.

Задача 3. Нека $n \in \mathbb{N}^+$. Да се намери формула за $a_n = 2 + 8 + 24 + \ldots + n \cdot 2^n$, като се състави рекурентно уравнение и се реши при подходящи начални условия.

Задача 4. По колко начина можем да запълним правоъгълна решетка с размери $n \times 2$, ако имаме неограничен брой квадратчета с размер 2×2 и правоъгълници с размер 1×2?

Задача 5. Намираме се пред стълбище с n стъпала. По колко начина можем да се качим до върха, ако на всяка стъпка можем да се качим с едно стъпало нагоре или да прескочим едно стъпало, т.е. да се качим с две нагоре?

Задача 6. Колко са биекциите $\pi : I_n \to I_n$ със свойството $|\pi(i) - i| \leq 1$ за всяко $i = 1, 2, \ldots, n$?

Задача 7. По колко начина можем да заплатим n лв. без ресто, ако разполагаме с неограничен брой монети от 1 лв. и 2 лв., банкноти от 1 лв. и 2 лв. и купони от 2 лв.? Платежните средства от един и същи вид и стойност са неразличими, а тези от различен вид или с различна стойност са различими. Редът на събираемите **има** значение (например при $n = 2$ възможностите са 7).

Задача 8. Колко са n-буквените думи, съставни само от буквите a, b и c, в които всяко a е преди всяко b и всяко b е преди всяко c?