

ТЕМА: ГРАФИ. ДВОИЧНИ ФУНКЦИИ

Задача 1:(10т.) Намерете броя на ребрата в гора с n върха и k свързани компоненти.

Забележка: Гора ще наричаме граф без цикли.

Задача 2:(10т.) Нека $G(V, E)$ е краен неорентиран граф с $n \geq 3$ върха и $k \geq 3$ свързани компоненти. Докажете, че в допълнителния граф на G има триъгълник.

Задача 3:(20т.) В група от няколко човек някои от тях са се ръкували.

а)(5т.) Докажете, че има двама души, които са се ръкували с еднакъв брой хора

б)(5т.) Докажете, че броят на онези, всеки от които се е ръкувал с нечетен брой хора, е четно число

в)(5т.) Възможно ли е в група от 17 човека всеки да се е ръкувал с 20 човека

в)(5т.) Определете максималният брой ръкувания за група от 25 човека

Задача 4:(21т.) Нека $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ и $\mathcal{F}_2^n = \{f|f : J_2^n \rightarrow J_2\}$.

а)(5т.) Определете $|\mathcal{F}_2^n|$

б)(16т.) Напишете в явен вид множеството \mathcal{F}_2^2

Задача 5:(20т.) Дадено е множеството от функции $\mathcal{F}_2^n = \{f|f : J_2^n \rightarrow J_2\}$. Два елемента на дефиниционното множество $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ и $\tilde{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ ще наричаме противоположни, когато е изпълнено $\alpha_i = 1 - \beta_i, i \in I_n$.

Намерете броя на функциите от \mathcal{F}_2^n , които на противоположни елементи от дефиниционното множество приемат:

а)(10т.) еднакви значения;

б)(10т.) различни значения.

Задача 6:(20т.) Да се намери броят на функциите от \mathcal{F}_2^n , които изпълняват условието:

а)(10т.) Върху дадени k елемента от дефиниционното си множество функцията има стойност 1, останалите й стойности са произволни;

б)(10т.) Върху точно k елемента от дефиниционното си множество функцията има стойност 1.

Забележка: Максимален брой точки 80.