

Име: ..... Ф№: .....

Задача	1	2	3	МАКС.
<i>получени точки</i>				
<i>от максимално</i>	10	10	10	30

**Зад. 1** Изчислителната задача 4SUM е: дадени са цели числа  $a_1, \dots, a_n$ , да се изчисли дали има  $i, j, k$  и  $l$ , такива че  $1 \leq i < j < k < l \leq n$  и  $a_i + a_j + a_k + a_l = 0$ ? Предложете колкото е възможно по-ефикасен алгоритъм за 4SUM. Съвсем накратко обосновайте коректността му, без подробно доказателство, просто дайте едно-две изречения. И само напишете каква е сложността по време и памет, без да обосновавате изразите.

**Зад. 2** Иван има шахматна дъска, но не обикновената дъска с размери  $8 \times 8$ , а обобщена шахматна дъска с размери  $N \times N$ . Детето на Иван е надраскало с маркера на баща си някакъв знак, да кажем "X", върху някои от квадратчетата. Когато видял това, Иван първо се ядосал, после забелязал, че знакът "X" е надраскан както върху квадратчето горе вляво, така и върху квадратчето долу вдясно (но не само върху тях) и се замислил дали може да достигне от квадратчето горе вляво до квадратчето долу вдясно с коня, като конят стъпва само върху надраскани квадратчета; и ако може, за колко хода най-малко може да бъде извършено това? Предложете ефикасен алгоритъм, който по зададени число  $N$  и булева матрица  $B_{N \times N}$ , описваща надрасканите квадратчета ( $B[i, j] = 1$  тогава и само тогава, когато квадратче  $[i, j]$  е надраскано) решава задачата.

*Пояснение: конят се движи или с две квадратчета по хоризонтал и едно по вертикал, или с две по вертикал и едно по хоризонтал, като естествено не може да излиза извън дъската.*

**Зад. 3** Решете следните рекурентни отношения:

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1$$

$$S(n) = S(n-1) + n2^{n-1} + n^2 2^{\frac{n}{3}}$$