

Математически модел

Всяка задача на изследване на операциите включва три основни елемента.

1. **Променливи**, които следва да бъдат определени.
2. **Целева функция**, която трябва да бъде оптимизирана (минимизирана или максимизирана).
3. **Ограничения**, които променливите трябва да удовлетворяват.

Нека дневно фабриката произвежда

- x_1 t боя за външно боядисване
- x_2 t боя за вътрешно боядисване.

Като вземем предвид дохода от един тон боя за външно боядисване, посочен в последния ред на таблицата, доходът от произведените x_1 t боя за външно боядисване е $5x_1$ хил. лв. По аналогичен начин доходът от произведените x_2 t боя за вътрешно боядисване е $4x_2$ хил. лв. Така общият доход от произведените количества бои е $5x_1 + 4x_2$ хил. лв. Тази линейна функция обикновено се означава със z . Така задачата е да се намери максимумът на z .

Сега да видим при какви ограничения ще търсим този максимум. Тези ограничения са продиктувани от факта, че суровините са в ограничени количества. Освен това отделът за маркетинг е поставил допълнително две условия.

Най-напред да пресметнем какво количество суровина С1 се изразходва при производството на боите. От първия ред на таблицата се вижда, че след като за производството на 1 t боя за външно боядисване отиват 6 t, за производството на x_1 t боя от този вид ще са необходими $6x_1$ t. По аналогичен начин за производството на x_2 t боя за вътрешно боядисване са необходими $4x_2$ t. Така общо изразходваната суровина С1 за производството на двата вида боя възлиза на $6x_1 + 4x_2$ t. Наличното количество суровина С1 според таблицата е 24 t. Следователно първото ограничение на задачата е

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24.$$

От информацията във втория ред на таблицата получаваме второто ограничение, което е свързано с наличното количество от суровината С2

$$1x_1 + 2x_2 \leq 6.$$

Задача за максимална печалба при ограничени ресурси

Първото условие на отдела за маркетинг води до ограничението

$$x_2 \leq x_1 + 1.$$

При писането на ограниченията се спазват следните правила:

- Променливите участват само в левите страни на ограниченията, а десните страни са константи.
- Във всички ограничения променливите се подреждат по еднакъв начин, като обикновено се започва с променливата с най-малък индекс.

Спазвайки тези правила, записваме второто ограничение във вида

$$-x_1 + x_2 \leq 1.$$

Второто ограничение на отдела за маркетинг дава ограничението

$$x_2 \leq 2.$$

Накрая, тъй като променливите на задачата означават количества, те трябва да бъдат неотрицателни числа

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Така получаваме следната оптимизационна задача:

$$\max z = 5x_1 + 4x_2$$

при ограничения

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24,$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6,$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1,$$

$$x_2 \leq 2,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$