

Решаване на задачи на линейното оптимизиране с помощта на MS Excel

В. Черногоров

10 октомври 2010 г.

1. Активиране

Microsoft Excel разполага със средство за решаване на оптимизационни задачи (не само линейни, но и нелинейни). То се нарича Solver и спада към така наречените Add-Ins.

1.1. MS Excel 2003

В този вариант на MS Excel средството Solver се намира в менюто Tools. Преди първото му използване трябва да бъде активирано. За целта:

- от менюто Tools изберете Add-Ins . . . ;
- след отварянето на диалоговия прозорец Add-Ins маркирайте квадратчето пред Solver Add-in;
- затворете диалоговия прозорец с ОК.

Ако след горната процедура Solver не се вижда в менюто Tools, затворете и стартирайте отново Excel.

1.2. MS Excel 2007

В този вариант на MS Excel средството Solver се намира в менюто Tools. Преди първото му използване трябва да бъде активирано. За целта:

- натиснете Office Button и най-долу изберете Excel Options;

- Отваря се диалогов прозорец, в чиято дясна лента има опция Add-ins. Натиснете я.
- Отваря се нов диалогов прозорец. Проверете дали в полето Manage най-долу стои Excel Add-ins. Ако това не е така, изберете тази възможност и натиснете бутона Go...;
- Отваря се диалогов прозорец Excel Add-ins. Изберете квадратчето пред Solver и натиснете ОК и после пак ОК.

2. Въвеждане на данните на модела

Всяка задача на линейното оптимиране има най-общо следния вид $\max(\min) \mathbf{c}^T \mathbf{x}$ при ограничения $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ и в повечето практически задачи $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$. В някои случаи е възможно променливите да имат горни граници и/или положителни долни граници, т.е. $\mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}$. В горните означения \mathbf{A} е матрица $m \times n$, $\mathbf{c}, \mathbf{x}, \mathbf{l}, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ и $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$.

	A	B	C	D	E
1	Модел на фабриката за бои				
2	Входни данни				
3		x1	x2		
4		Боя за външно боядисване	Боя за вътрешно боядисване		Десни страни на ограниченията
5	Целева функция	5	4	0	
6	Суровина С1	6	4	0	24
7	Суровина С2	1	2	0	6
8	Огр. от търсене 1	-1	1	0	1
9	Огр. от търсене 2	0	1	0	2
10					
11	Изходни резултати				
12				z	
13	Решение			0	

Фигура 1. Excel таблица за модела на фабриката за бои

На фиг. 1 е показана Excel таблицата за модела на фабриката за бои (prodmix.xls). В нея има четири типа данни:

1. Входни данни. Това са оцветените в светло синьо клетки B5:C5 (за вектора \mathbf{c}), B6:C9 (за матрицата \mathbf{A}) и E6:E9 (за стълба \mathbf{b} с десните страни на ограниченията).

2. Стойностите на променливите (клетки B13:C13) и на целевата функция (клетка D13, в която е въведена простата формула =D5).
3. Формули, по които се пресмятат стойностите на целевата функция (клетка D5) и на левите страни на ограниченията (клетки D6:D9).
4. Текст, обясняващ отделните елементи на таблицата (редове 1–4, 11–12 и стълб A).

За Solver е необходима информация само от първите три вида, докато текстът е необходим единствено, за да направи таблицата по прегледна и удобна за четене. Разполагането на клетките с различните типове информация не трябва задължително да бъде такова, каквото е на фиг. 1. Например клетките, съдържащи променливите на задачата, могат да бъдат разположени в горния участък на таблицата. Важното е те да се намират в отделни клетки и да могат да участват във формулите, с които се пресмятат стойността на целевата функция и левите страни на ограниченията, както и да бъдат въведени като параметри на Solver.

Да покажем съответствието между математическия модел и табличното му представяне. Да започнем със съответствието на формулите. Коефициентите на целевата функция и левите страни на ограниченията се намират в диапазона B5:C9. В табл. 1 са посочени алгебричните формули и еквивалентните им формули на Excel, като и клетките, в които те са въведени.

Таблица 1. Съответствие между математическия модел и Excel таблицата

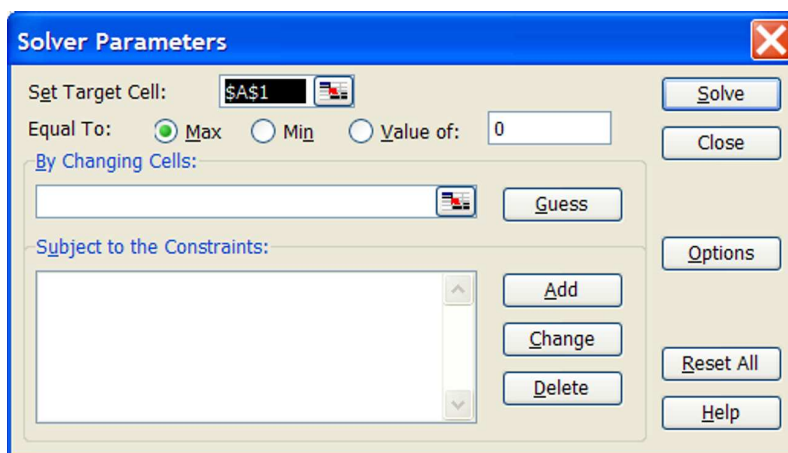
	Алгебрична формула	Формула на Excel	Клетка
Целева функция z	$5x_1 + 4x_2$	=B5*B\$13+C5*C\$13	D5
Ограничение 1	$6x_1 + 4x_2$	=B6*B\$13+C6*C\$13	D6
Ограничение 2	$x_1 + 2x_2$	=B7*B\$13+C7*C\$13	D7
Ограничение 3	$-x_1 + x_2$	=B8*B\$13+C8*C\$13	D8
Ограничение 4	$0x_1 + x_2$	=B9*B\$13+C9*C\$13	D9

Да отбележим, че формула се въвежда само в клетката D5, а след това се копира в следващите четири клетки чрез хващане на клетката D5 с мишката за дръжката в долния ѝ десен ъгъл и влачене при натиснат ляв бутон на мишката. За правилно копиране на формулата е необходимо да се използва абсолютно адресиране на клетките, съдържащи променливите на задачата (поставя се \$ пред буквата за стълба и/или пред номера на реда). При големи по размери задачи по-добро решение е използването на

функцията SUMPRODUCT, която пресмята скаларното произведение на два еднакви диапазона. Например в клетката D5 може да се въведе формулата =SUMPRODUCT(B5:C5;B\$13:C\$13) и след това да се копира в клетките D6:D9.

3. Диалогов прозорец Solver Parameters

След активирането на Solver той може да бъде намерен в менюто Tools (Excel 2003) или Data (Excel 2007). Ако това става за първи път с текущия лист, отваря се празен диалогов прозорец Solver Parameters, показан на фиг. 2.



Фигура 2. Диалогов прозорец Solver Parameters

3.1. Set target Cell

Въвежда се адресът на клетката, която съдържа формулата с целевата функция (или се щраква с мишката в тази клетка на листа). Excel автоматично поставя адреса на текущата клетка в листа преди активирането на Solver като целева клетка. Затова се препоръчва преди извикването на Solver текуща да бъде клетката с целевата функция. В конкретния случай целевата клетка е D5.

3.2. Equal to

Избира се съответния на критерия на модела радиобутон. За задачата за фабриката за бои се избира Max (това е бутонът по подразбиране).

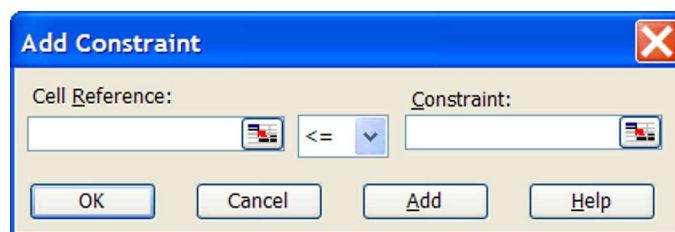
3.3. By Changing Cells

Въвеждат се адресите на клетките, в които се намират стойностите на променливите на задачата. В конкретния случай това е диапазонът B13:C13.

3.4. Subject to the Constraints

За нова задача прозорецът за ограниченията е празен. Разположените в страни от него бутони изпълняват функции по добавяне на нови ограничения (Add) или промяна (Change) и премахване (Delete) на вече съществуващи.

При натискане на бутона Add се появява диалоговият прозорец от фиг. 3. Той се състои от три части:



Фигура 3. Диалогов прозорец Add Constraint

- **Cell Reference**

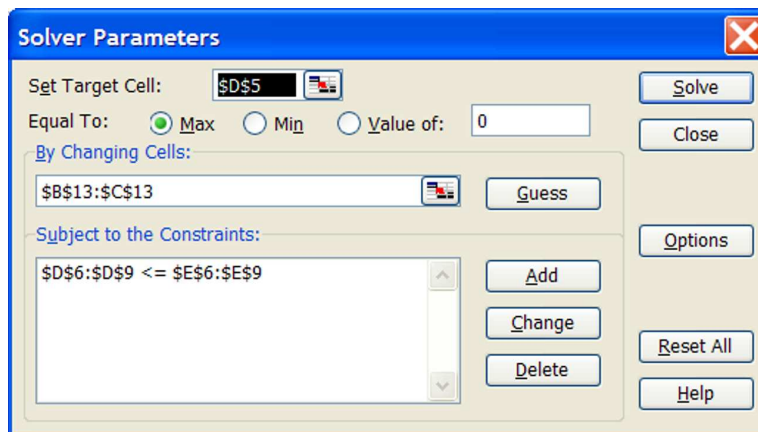
Въвежда се адресът на клетката, където е пресметната лявата страна на ограничението. Могат да бъдат въведени едновременно няколко ограничения, ако клетките, където са пресметнати левите им страни, образуват диапазон и видът на ограниченията е един и същ.

- Вид на ограничението: \leq , $=$, \geq , int, bin. Последните две означават съответно целочислени и двоични променливи.

- **Constraint**

Въвежда се адресът на клетката или диапазона с дясната(ите) страна(и) на ограничението(ята).

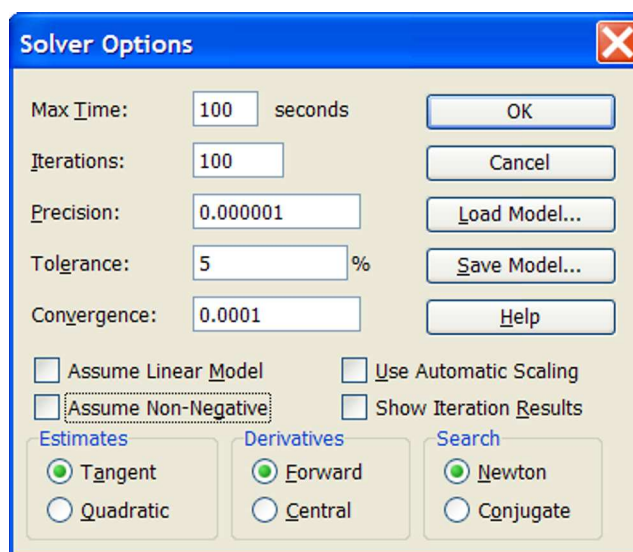
След приключването на работата по въвеждането на текущото ограничение се избира Add, ако трябва да се въведе ново ограничение, или OK, ако въвеждането на ограниченията е приключило. На фиг. 4 е показан прозорецът Solver Parameters за задачата за фабриката за бои.



Фигура 4. Диалогов прозорец Solver Parameters за задачата за фабриката за бои

3.5. Бутон Options

След натискането на бутона Options се появява нов диалогов прозорец Solver Options (виж фиг. 5).



Фигура 5. Диалогов прозорец Solver Options

Маркираме опциите Assume Linear Model, защото решаваме линейен модел, и Assume Non-Negative, защото всички променливи на задачата са неотрицателни. Не се препоръчва промяна на другите елементи в

този диалогов прозорец. Накрая с бутона ОК се връщаме към диалоговия прозорец Solver Parameters.

3.6. Бутон Solve и диалогов прозорец Solver Results

С този бутон се извършва решаване на модела. Резултатът за задачата за фабриката за бои е показан на фиг. 6. Най-напред трябва да се прочете внимателно информацията в началото на диалоговия прозорец Solver Results. Там Solver дава информация за резултата от работата си. В конкретния случай се казва, че за полученото решение всички ограничения и условия за оптималност са удовлетворени. Оптималните количества на произведените бои са 3 t боя за външно боядисване (клетка B13) и 1,5 t боя за вътрешно боядисване (клетка C13) и печалбата е 21 хиляди лева (клетка D13).

	A	B	C	D	E
1	Модел на фабриката за бои				
2	Входни данни				
3		x1	x2		
4		Боя за външно боядисване	Боя за вътрешно боядисване		Десни страни на ограниченията
5	Целева функция	5	4	21	
6	Суровина С1	6	4	24	24
7	Суровина С2	1	2	6	6
8	Огр. от търсене 1	-1	1	-1.5	1
9	Огр. от търсене 2	0	1	1.5	2
10					
11	Изходни резултати				
12				z	
13	Решение	3	1.5	21	
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					

Фигура 6. Excel таблицата и диалоговия прозорец Solver Results

Диалоговият прозорец Solver Results дава възможност да се запази намереното оптимално решение (радиобутон Keep Solver Solution) или да се възстанови първоначалният вид на листа (радиобутон Restore Original Values).

Освен това има възможност Excel да изработи три вида справки:

Решаване на задачи на линейното оптимиране с помощта на MS Excel

- с решението на задачата (Answer Report, фиг. 7);

	A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Answer Report						
2	Worksheet: [prodmix.xls]Лист1						
3	Report Created: 29.10.2008 г. 13:49:52						
4							
5							
6	Target Cell (Max)						
7	Cell		Name	Original Value	Final Value		
8	\$D\$5	Целева функция		0	21		
9							
10							
11	Adjustable Cells						
12	Cell		Name	Original Value	Final Value		
13	\$B\$13	Решение Боя за външно боядисване		0	3		
14	\$C\$13	Решение Боя за вътрешно боядисване		0	1.5		
15							
16							
17	Constraints						
18	Cell		Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
19	\$D\$6	Суровина C1		24	\$D\$6<=\$E\$6	Binding	0
20	\$D\$7	Суровина C2		6	\$D\$7<=\$E\$7	Binding	0
21	\$D\$8	Огр. от търсене 1		-1.5	\$D\$8<=\$E\$8	Not Binding	2.5
22	\$D\$9	Огр. от търсене 2		1.5	\$D\$9<=\$E\$9	Not Binding	0.5

Фигура 7. Справка с решението (Answer report)

- с анализ на чувствителността (Sensitivity Report, фиг. 8);

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 11.0 Sensitivity Report							
2	Worksheet: [prodmix.xls]Лист1							
3	Report Created: 29.10.2008 г. 16:51:13							
4								
5								
6	Adjustable Cells							
7	Cell		Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
9	\$B\$13	Решение Боя за външно боядисване		3	0	5	1	3
10	\$C\$13	Решение Боя за вътрешно боядисване		1.5	0	4	6	0.666666667
11								
12	Constraints							
13	Cell		Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
15	\$D\$6	Суровина C1		24	0.75	24	12	4
16	\$D\$7	Суровина C2		6	0.5	6	0.666666667	2
17	\$D\$8	Огр. от търсене 1		-1.5	0	1	1E+30	2.5
18	\$D\$9	Огр. от търсене 2		1.5	0	2	1E+30	0.5

Фигура 8. Справка с анализ на чувствителността (Sensitivity Report)

- с границите (Limits Report, не е показан, защото няма да бъде обсъждан).