

Математически модел

И така, трябва да се определи броят на автобусите, излизаци на линия през определена смяна (т.е. променливите на задачата), така че да са удовлетворени минималните потребности от транспортни услуги (ограниченията) и по възможност да се минимизира общото количество на автобусите, излизаци на линия през денонощието (целевата функция).

Най-напред да отбележим, че определянето на променливите не е еднозначно. Знаем, че всеки автобус трябва да бъде на смяна в продължение на 8 часа, но не знаем кога започва тази смяна. Ако следваме обичайната схема за трисменна работа (първа смяна от 8 ч. до 16 ч., втора смяна от 16 ч. до 24 ч. и трета смяна от 0 ч. до 8 ч.) и означим с x_1 , x_2 , x_3 количеството на автобусите, работещи на линия в течение на тези смени, изхождайки от информацията в дадената таблица, получаваме $x_1 \geq 10$, $x_2 \geq 12$ и $x_3 \geq 8$, а общото количество на ежедневно използваните автобуси би било $x_1 + x_2 + x_3 = 10 + 12 + 8 = 30$.

Това решение е приемливо, ако смените *трябва* да започват по обичайния за трисменна организация на работата начин. Възможно е обаче да се оптимизира разписанието на автобусите, ако се потърси друго, „по-добро“ време за начало на работните смени. Да предположим, че началото на работната смяна може да бъде в 0 ч., 4 ч., 8 ч., 12 ч. и т.н. Остава в сила изискването всяка смяна да бъде с продължителност 8 ч. Сега вече може да определим променливите по следния начин:

- x_1 е броят на автобусите, които са на линия от 0 ч. до 8 ч.,
- x_2 е броят на автобусите, които са на линия от 4 ч. до 12 ч.,
- x_3 е броят на автобусите, които са на линия от 8 ч. до 16 ч.,
- x_4 е броят на автобусите, които са на линия от 12 ч. до 20 ч.,
- x_5 е броят на автобусите, които са на линия от 16 ч. до 24 ч.,
- x_6 е броят на автобусите, които са на линия от 20 ч. до 4 ч.

Получаваме следната линейна оптимизационна задача

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

при ограничения

$$\begin{aligned} x_1 + x_6 &\geq 4, & x_4 + x_5 &\geq 12, \\ x_1 + x_2 &\geq 8, & x_5 + x_6 &\geq 4, \\ x_2 + x_3 &\geq 10 & x_j &\geq 0 \text{ и цели, } j = 1, \dots, 6., \\ x_3 + x_4 &\geq 7, \end{aligned}$$

Едно възможно оптимално решение е $\mathbf{x}^* = (4, 4, 6, 8, 4, 0)^T$ и $z^* = 26$.