Математически модел

Въвеждаме променливите $x_j \in \{0, 1\}$, $j = 1, \ldots, 11$, като $x_j = 1$, ако в квартал j е разположена противопожарна станция, и $x_j = 0$ в противен случай. Така получаваме следната задача

$$\min z = \sum_{j=1}^{11} x_j$$

при ограничения

$$\begin{array}{lr}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & \geq 1, \\
x_1 + x_2 + x_3 + x_5 & \geq 1, \\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 & \geq 1, \\
x_1 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 & \geq 1, \\
x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 & \geq 1, \\
x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 & \geq 1, \\
x_4 + x_6 + x_7 + x_8 & \geq 1, \\
x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} & \geq 1, \\
x_5 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} & \geq 1, \\
x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} & \geq 1, \\
x_9 + x_{10} + x_{11} & \geq 1,
\end{array}$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \ldots, 11.$$

Първото ограничение означава, че трябва да има противопожарна станция в квартал 1 или в някой от съседните му квартали (2, 3, 4). Следващото ограничение е за квартал 2 и т. н. Да отбележим, че коефициентът a_{ij} е 1, ако квартал i е съседен на квартал j или ако $i = j$, и 0 в противен случай. Стълбът A_j на матрицата на ограниченията **A** представлява множеството на кварталите, които могат да бъдат обслужени от противопожарна станция, разположена в квартал j. Трябва да се намери множество от такива подмножества j, които *покриват* множеството на всички квартали в смисъл, че всеки квартал се появява в множеството на обслужване на *поне* една противопожарна станция.

Едно оптимално решение е $x_3 = x_8 = x_9 = 1$ и останалите са равни на 0.

Задачата за покритие се характеризира с двоични променливи, ограничения $\geq$, чиито десни страни са 1, а левите им страни са суми на някои от променливите. В общия случай целевата функция може да има произволни коефициенти, въпреки че в нашия случай тя е особено проста.