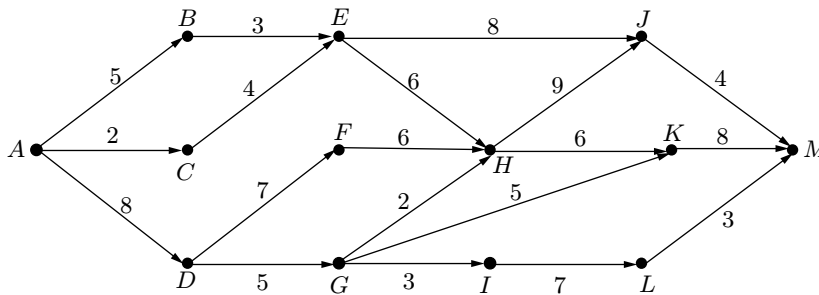


### Използване на линейното оптимиране за намиране на критичен път

Въпреки че описаният метод за намиране на критичен път е лесен за програмиране, методите на линейното оптимиране също могат да бъдат използвани за определяне на дължината на критичния път. Нека  $x_j$  е времето за настъпване на събитието, което съответства на върха  $j$ . За всяка операция  $(i, j)$  знаем, че преди да настъпи събитието  $j$ , трябва да е било настъпило събитието  $i$  и операцията  $(i, j)$  да е завършила. Това означава, че за всяка дъга в мрежовия график  $x_j \geq x_i + c_{ij}$ . Целта е да минимизираме времето за завършване на проекта.



Фигура 1

Да приложим този подход за определяне на дължината на критичния път за мрежовия график от фиг. 1. Тъй като  $A$  е върхът от първо ниво, а  $M$  — върхът от последно ниво, използваме целевата функция  $z = x_M - x_A$ . Съответната линейна задача е

$$\min z = x_M - x_A$$

при ограничения

$$\begin{array}{lll} x_B \geq x_A + 5, & x_C \geq x_A + 2, & x_D \geq x_A + 8, \\ x_E \geq x_B + 3, & x_E \geq x_C + 4, & x_F \geq x_D + 7, \\ x_G \geq x_D + 5, & x_H \geq x_E + 6, & x_H \geq x_F + 6, \\ x_H \geq x_G + 2, & x_I \geq x_G + 3, & x_K \geq x_G + 5, \\ x_K \geq x_H + 6, & x_J \geq x_E + 8, & x_J \geq x_H + 9, \\ x_L \geq x_I + 7, & x_M \geq x_J + 4, & x_M \geq x_K + 8, \\ x_M \geq x_L + 3, & \mathbf{x} \geq 0. & \end{array}$$

Едно оптимално решение на тази линейна задача, получено със Solver, е  $x_A = 0$ ,  $x_B = 5$ ,  $x_C = 4$ ,  $x_D = 8$ ,  $x_E = 8$ ,  $x_F = 15$ ,  $x_G = 13$ ,  $x_H = 21$ ,  $x_I = 16$ ,  $x_J = 30$ ,  $x_K = 27$ ,  $x_L = 23$ ,  $x_M = 35$ .

Тази линейна задача има много алтернативни решения. Най-общо казано, стойността на  $x_i$  в кое да е оптимално решение може да приема стойност между  $t_{\text{нр}}(i)$  и  $t_{\text{нк}}(i)$ . Всички оптимални решение на тази линейна задача обаче ще дават, че дължината на критичния път е 35 дни.

Критичният път за този мрежов график се състои от път от началния връх до крайния връх, в който всяка дъга съответства на ограничение с двойствена цена 1 при Sensitivity Report на Solver:  $A \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow K \rightarrow M$ . Пак от тази справка се вижда, че горните граници на интервалите на устойчивост за десните страни на тези ограничения са  $+\infty$ . Това означава, че ако увеличим продължителността на съответната операция с  $\Delta$  дни, с толкова ще се увеличи и продължителността на целия график (текущият базис остава оптимален).