

ДОМАШНО №3 по ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ, СПЕЦИАЛНОСТ КН,
I КУРС, I И II ПОТОК, ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2014/2015 Г.

Домашните работи се предават на съответния асистент на упражнение през седмицата
05.01.2015–09.01.2015 г.

Име: Ф№: Група:

Задача	1	2	3	4	5	ОБЩО
получена оценка						
от максимално	10	10	10	15	15	60

Зад. 1 Разгледайте множеството от първите $2n$ цели положителни числа. По колко начина може да бъдат наредени в редица, така че за всяка двойка съседни числа в редицата, сумата на тези числа не се дели на 2?

Зад. 2 Докажете, че за всеки избор на пет точки с целочислени координати в равнината, съществуват поне две точки \mathbf{a} и \mathbf{b} измежду петте, такива че средата на отсечката с краища \mathbf{a} и \mathbf{b} има целочислени координати.

Упътване. Нека точка \mathbf{a} има координати x_1 и y_1 и точка \mathbf{b} има координати x_2 и y_2 . Това записваме така: $\mathbf{a} = (x_1, y_1)$ и $\mathbf{b} = (x_2, y_2)$. Нека средата на отсечката с краища \mathbf{a} и \mathbf{b} е точка \mathbf{c} . Тогава $\mathbf{c} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$.

Зад. 3 Да допуснем, че във всеки курс на ФМИ (първи, втори, трети и четвърти) има един и същи брой n студенти. По колко начина можем да разбием множеството от студентите на ФМИ на четворки, като във всяка четворка има по точно един студент от всеки курс? Четворките нямат наредба, нито има наредба между четворките.

Зад. 4 50 шахматисти се състезават. Досега са изиграни 101 срещи. Докажете, че поне един участник е играл в поне 5 срещи.

Зад. 5 Пътна мрежа е множество градове и шосета, като всяко шосе свързва два града. Пътната мрежа на някаква държава е такава, че от всеки град може да се стигне до всеки, но по един единствен начин, и освен това броят на шосетата е четно число. Докажете, че има поне един град, от който излизат четен брой шосета.