Конспект на курса Изчислителна Сложност

1. Машини на Тюринг. Устойчивост на МТ спрямо другите изчислителни модели при ограничения върху изчислителните ресурси. Изчислителните задачи за разпознаване като формални езици. Изчислителните задачи за търсене като стрингови релации.

2. Функции, конструируеми по време и памет. Клас на сложност по време **P**: лесните за изчисляване задачи. Класове задачи по време и памет спрямо детерминирано изчисление (**L**, **PSPACE**).

3. Недетерминирани изчисления. Интерпретации в детерминиран модел. Еквивалентност на недетерминираните изчисления и изчисления със сертификат. Клас на сложност по време **NP**: лесните за проверяване задачи. Класове задачи по време и памет спрямо недетерминирано изчисление. (**NL**, **NSPACE**).

4. Полиномиална сводимост, сводимост по Тюринг и сводимост в логаритмична памет. Сводимостите като квазинаредби: частична наредба, породена от сводимост. Частична наредба в **NP**. Минимални класове (**L** спрямо логаритмичната сводимост, **P** спрямо полиномиалната). Нерешеният въпрос дали $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ и неговото значение.

5. **NP**-трудност и **NP**-пълнота. Теорема на Cook-Левин. Клас на сложност **NP**-complete.

6. Основни **NP**-пълни задачи: 3SAT, Independent Set, Vertex Cover, Dominating Set, Hamiltonian Cycle, Hamiltonian Path, Clique, Partition, 3D Matching, 3Coloring.

7. Клас на сложност **coNP**. Хипотеза $\mathbf{coNP} \neq \mathbf{NP}$. Изчислителна задача Tautology. **coNP**-пълнота на Tautology.

8. Класове на сложност EXP и NEXP. Теорема: $\boxed{\mathrm{EXP} \neq \mathrm{NEXP} \rightarrow \mathrm{P} \neq \mathrm{NP}}$.

9. Класове **L** и **NL**. Граф на конфигурациите $G_{M,x}$. Доказателство, че Path е пълна задача в **NL**.
   Алгоритъм на Савич. Теорема на Савич: $\boxed{\mathbf{NSPACE}(s(n)) \subset \mathbf{SPACE}(s(n)^2)}$ и следствия от нея (**PSPACE** = **NSPACE**). Включвания на класовете **L**, **NL**, **P** и **NP**.

10. Сертификати с еднократно четене в **NL**. Теорема на Immerman-Szelepcsényi: $\boxed{\text{noPATH} \in \mathbf{NL}}$.
    Следствия: $\mathbf{NL} = \mathbf{coNL}$, $\mathbf{NSPACE}(s(n)) = \mathbf{coNSPACE}(s(n))$, $2SAT \in \mathbf{NL}$.

11. Интерпретация на детерминирани изчисления, ограничени по време и памет. Диагонализация. Space Hierarchy Theorem: $\boxed{\text{Ако } f(n) = o(g(n)), \text{ то } \mathbf{SPACE}(f(n)) \subsetneq \mathbf{SPACE}(g(n))}$.

12. Рандомизирани изчисления. Вероятностна машина на Тюринг. Класове на сложност **BPP**, **RP**, **coRP**, **ZPP**.

13. Ефикасни апроксимиращи алгоритми за практически нерешими оптимизационни задачи. Фактор на апроксимируемост. Примери за ефикасни апроксимиращи алгоритми с константен фактор за **NP**-пълни задачи: Vertex Cover, TSP$\triangle$, Bottleneck TSP$\triangle$. Условна невъзможност за апроксимиране (спрямо допускането, че $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$). Невъзможност за апроксимиране с константен фактор на TSP.

14. Оракули. Класове на сложност спрямо оракули. Нотации $\mathbf{P^O}$ и $\mathbf{NP^O}$, където **O** е оракул. Класове на сложност $\mathbf{P^P}$, $\mathbf{NP^P}$, $\mathbf{P^{NP}}$ и $\mathbf{NP^{NP}}$. Полиномиална йерархия **PH**. Доказателство, че Unique SAT $\in \mathbf{P^{NP}}$.

15. Теорема на Baker, Gill и Solovay:

    $\boxed{\text{Съществува оракул } \mathbf{A}, \text{ такъв че } \mathbf{P^A} = \mathbf{NP^A}. \text{ Съществува оракул } \mathbf{B}, \text{ такъв че } \mathbf{P^B} \neq \mathbf{NP^B}.}$.

16. Основи на теорията на параметризираната сложност.