Домашно №1 по Дискретни Структури, спец. Информатика, летен семестър 2015г.

ТЕМА: МНОЖЕСТВА. ЛОГИКА. ИНДУКЦИЯ

Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6** *бонус*	**Макс.**
получени точки							
от максимално	12	20	12	10	18	15	72

Задача 1: (12т.) Дадени са множеството $A = \{a, b\}$ и числото $n \in \mathbb{N}^+$.

1. Напишете в явен вид всяко множество:

   а) (2т.) $\{A, A^2\}$

   б) (2т.) $A \cup A^2 \cup A^3$

   в) (2т.) $2^{A^2} \cup \{\emptyset, A, A^2\}$

2. Определете броя на елементите на всяко от следващите три множества:

   а) (2т.) $\{A, A^2, ..., A^n\}$

   б) (2т.) $A \cup A^2 \cup ... \cup A^n$

   в) (2т.) $2^{A^n} \cup \{\emptyset, A, A^2, ..., A^n\}$

Задача 2: (20т.) Докажете (чрез таблица и чрез разсъждения) или опровергайте (чрез таблица и чрез контрапример), че $\forall A, B, C \subseteq U$:
а) (10т.) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
б) (10т.) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

Задача 3: (12т.) Нека $A, B_1, B_2, ..., B_n; n > 0$ са произволни множества. Докажете, че е вярно следното:
$A \setminus \bigcup_{i=1}^{n} B_i = \bigcap_{i=1}^{n} (A \setminus B_i)$

Задача 4: (10т.) Използвайте таблица на истинност за да докажете следните еквивалентности:
$p \to (q \vee r) \Leftrightarrow \neg r \to (p \to q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \to r$

Задача 5: (18т.) Дадена е следната дефиниция:
а) (9т.) Елементът x принадлежи на симетричната разлика на множествата A и B тогава и само тогава, когато x принадлежи на точно едно от двете множества.

Дефинирайте кога един елемент не принадлежи на симетричната разлика на две множества. Запишете двете дефиниции на езика на предикатната логика.

б) (9т.) Множеството A е подмножество на множеството B тогава и само тогава, когато всеки елемент на A е елемент на B.

Дефинирайте кога едно множество не е подмножество на друго. Запишете двете дефиниции на езика на предикатната логика.

Задача 6: (15т.) Докажете по индукция, че за всяко естествено число n е в сила следното твърдение: *всяко множество с n елемента има 2^n подмножества.*