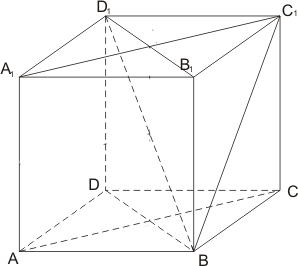
Примерни задачи и решения

***Задача 1***

Дължината на страната на куб е *а.* Да се намерят дължината на диагонала на куба, лицето на повърхнината и обема му.

***Решение***

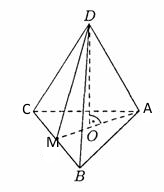


От правоъгълния триъгълник ABD следва , . От правоъгълния триъгълник DBD1 следва . .

***Задача 2***

Дължината на ръба на правилен тетраедър е *а*. Да се намерят височината, двустенният ъгъл при един от ръбовете и лицето на повърхнината му.

***Решение***



Нека точката О е петата на височината през върха D на тетраедъра ABCD. Тя съвпада с медицентъра на триъгълника ABC. Да означим OD = h. Ако точката М е среда на BC, от правоъгълния триъгълник ABM получаваме .

. От правоъгълния триъгълник AOD следва, че

.

Тетраедърът е правилен и двустенните ъгли при всички негови ръбове са равни. Ще определим двустенния ъгъл при ръба BC. Прилагаме първа косинусова теорема за тристенния ъгъл с връх В. В него и трите ръбни ъгли са по 60 градуса.

***Задача 3***

Основите на триъгълна призма са равностранни триъгълници с дължина на страната *а*. Двете околни стени са еднакви успоредници с остър ъгъл *α*, а третата е правоъгълник. Дължината на околния ръб е *l*. Да се намерят лицата на околната и на пълната повърхнина.

***Решение***

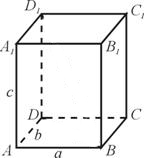
Нека BM e перпендикулярна на АА1. Тогава от правоъгълния триъгълник ABM следва, че . Сечението (MBC) е едно перпендикулярно сечение, следователно

. Като вземем предвид, че , за лицето на повърхнината получаваме: .

***Задача 4***

Даден е правоъгълен паралелипипед с основни ръбове *a* и *b*, и околен ръб *c*. Да се намерят диагоналите на паралелипипеда, лицата лицата на околната и на пълната повърхнина, и обемът.

***Решение***



Понеже паралелипипедът е правоъгълен, четирите му диагонала за равни. От правоъгълния приъгълник ABD имаме , а от правоъгълния триъгълник DBD1 получаваме, че диагоналът Лицето на околната повърхнина S ще получим, като съберем лицата на околните стени:

, .

Лицето на повърхнината на паралелипипеда намираме, като към лицето на околната повърхнина добавим лицата на двете основи.

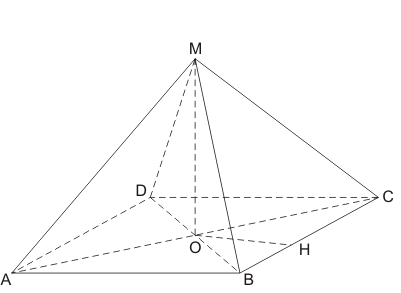
.

Височината на паралелипипедва е c, а лицето на основата му е ab. Като използваме формулата за обем на паралелипипед, получаваме: V = abc.

***Задача 5***

Дадена е правилна четириъгълна пирамида ABCDM с дължина на основния ръб *а* и височина *h*. Да се намерят лицата на околната и на пълната повърхнина, и обемът.

***Решение***

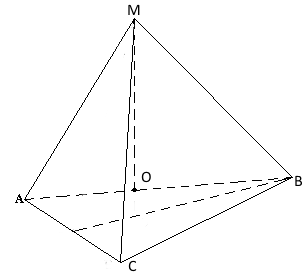


Нека точката О е пета на височината на пирамидата, а MH – апотемата. От правоъгълния триъгълник OHM следва . Понеже околната повърхнина се състои от 4 еднакви триъгълника, то лицето й е . Лицето на основата е . Лицето на повърхнината го пресмятаме така: . Като използваме формулата за обем на пирамида, получаваме .

***Задача 6***

Основата на триъгълна пирамида е правоъгълен триъгълник с хипотенуза *c* и остър ъгъл *α* при върха *А*. Ако всички околни ръбове са с еднаква дължина *l*, да се намерят височината на пирамидата и лицето на основата й.

***Решение***



Тъй като всички околни ръбове на пирамидата ABCM са с еднаква дължина, то петата О на височината МО съвпада с центъра на описаната около основата ABC окръжност. Центърът на тази окръжност е средата на хипотенузата АВ. От правоъгълния триъгълник АОМ следва

. От правоъгълния триъгълник АВС имаме . Сега за лицето на основата получаваме:

*.*

***Задача 7***

Основата на пирамида е равнобедрен трапец с основи *a* и *b* (*а* > *b*). Всички околни стени сключват с основата един и същи ъгъл *α*. Да се намерят лицето на основата и височината на пирамидата.

***Решение***

От условието, че всички околни стени сключват с основата един и същи ъгъл следва, че в основата ABCD може да се впише окръжност и петата О на височината МО на пирамидата съвпада с центъра на тази окръжност.

От свойството на четириъгълник, описан около окръжност, получаваме

*.*

От правоъгълния триъгълник AHD следва, че

.

Сега за лицето S на основата на пирамидата намираме . Височината ОМ на пирамидата намираме от правоъгълния триъгълник ОКМ:

.

***Задача 8***

Да се намерят радиусът и височината на прав кръгов цилиндър с обем *V* и лице на околната повърхнина *S*.

***Решение***

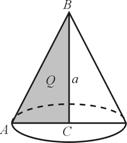
От формулите на обем и лице на околната повърхнина на цилиндър и намираме r и h. Разделям почленно двете равенства и получаваме:

. От .

***Задача 9***

Правоъгълен триъгълник *ABC* с лице *Q* и катет *BC = a* се върти около *BC.* Да се определят обемът и лицето на околната повърхнина на полученото тяло.

***Решение***



При завъртане на правилния триъгълник ABC около катета BC се получава прав кръгов конус с височина BC = a, радиус на основата AC и образувателна AB.

От . От Питагоровата теорема за приъгълник ABC следва . Заместваме във формулите за обема и лицето на околната повърхнина на конуса и получаваме:

;

.