

Опашка

Трифон Трифонов

Структури от данни и програмиране,
спец. Компютърни науки, 2 поток, 2015/16 г.

30 октомври 2015 г.



АТД: опашка

Хомогенна линейна структура с организация “пръв влязъл — пръв излязъл” (FIFO)

Операции

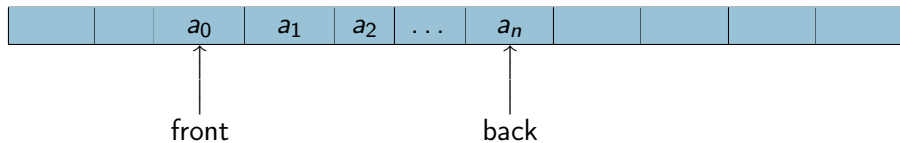
- `create()` — създаване на празна опашка
- `empty()` — проверка за празнота на опашка
- `enqueue(x)` — включване на елемент в края на опашката
- `dequeue()` — изключване на елемент от началото на опашката
- `head()` — достъп до първия елемент

АТД: опашка

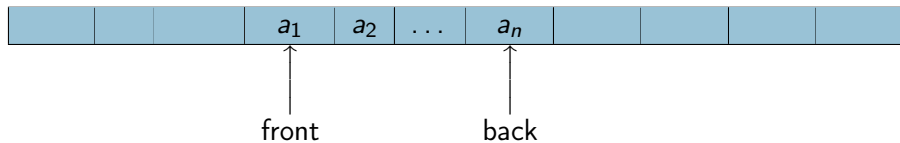
Свойства на операциите

- `create().empty() = true`
- `q.enqueue(x).empty() = false`
- `create().head(), create().dequeue()` — грешка
- `create().enqueue(x1).enqueue(x2)...enqueue(xn).head() = x1`
- `create().enqueue(x1).enqueue(x2)...enqueue(xn).dequeue() = create().enqueue(x2)...enqueue(xn)`

Последователно представяне

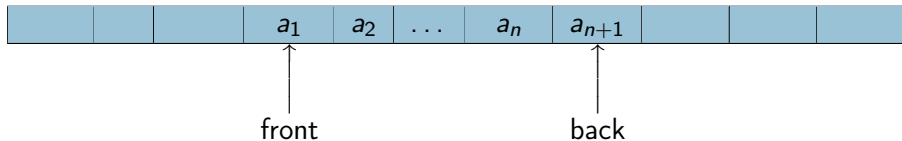


Последователно представяне



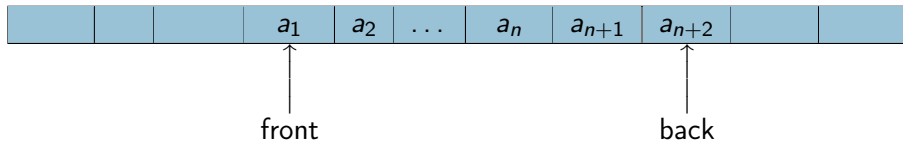
- изключване на елемент (dequeue)

Последователно представяне



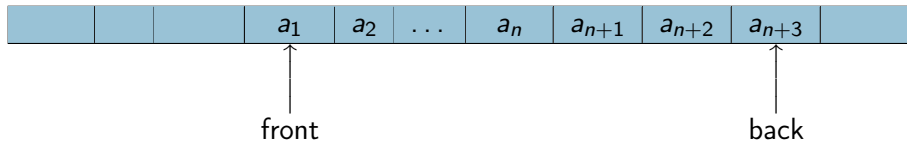
- изключване на елемент (dequeue)
- включване на елемент (enqueue)

Последователно представяне



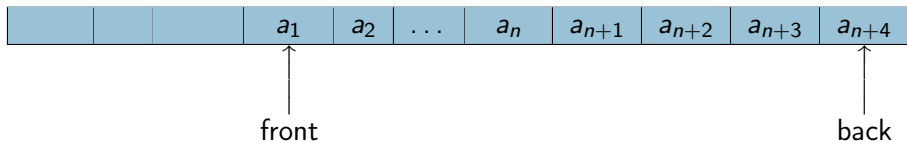
- изключване на елемент (dequeue)
- включване на елемент (enqueue)

Последователно представяне



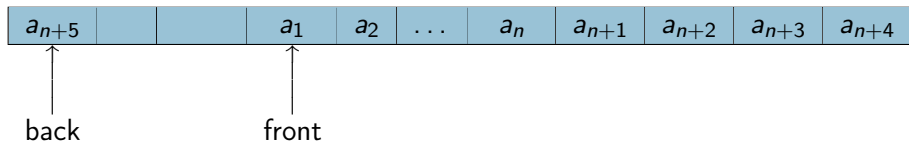
- изключване на елемент (dequeue)
- включване на елемент (enqueue)

Последователно представяне



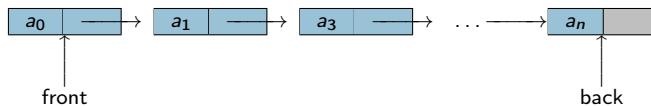
- изключване на елемент (dequeue)
- включване на елемент (enqueue)

Последователно представяне

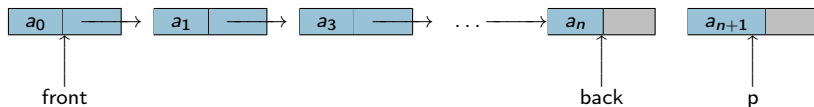


- изключване на елемент (dequeue)
- включване на елемент (enqueue)

Свързано представяне

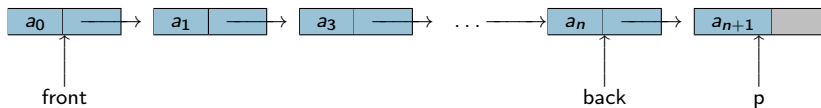


Свързано представяне



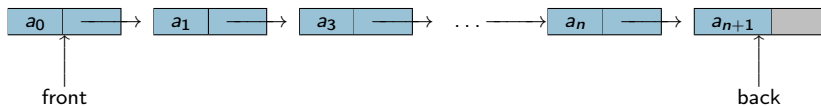
- включване на елемент (enqueue)

Свързано представяне



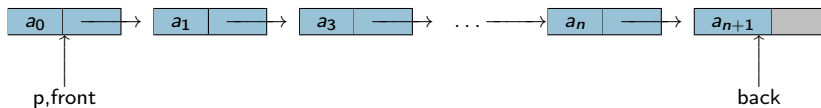
- включване на елемент (enqueue)

Свързано представяне



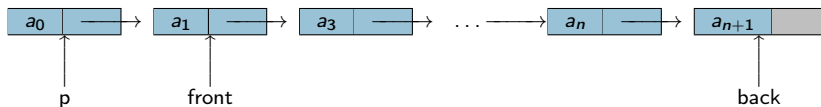
- включване на елемент (enqueue)

Свързано представяне



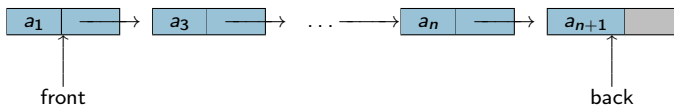
- включване на елемент (enqueue)
- изключване на елемент (dequeue)

Свързано представяне



- включване на елемент (enqueue)
- изключване на елемент (dequeue)

Свързано представяне



- включване на елемент (enqueue)
- изключване на елемент (dequeue)

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

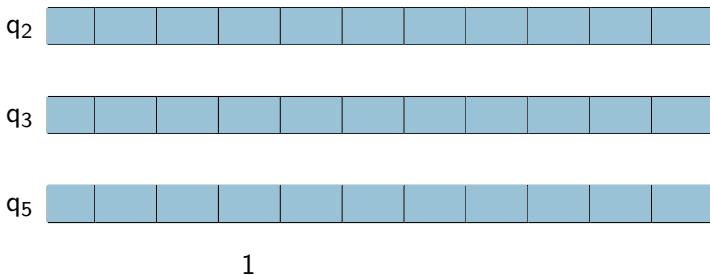
Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:



Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

q_2 2

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

q_3 3

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

q_5 5

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

1

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| q_2 | 2 | 4 | | | | | | | | | | |
| q_3 | 3 | 6 | | | | | | | | | | |
| q_5 | 5 | 10 | | | | | | | | | | |

1

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

q_2

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | 4 | 6 | | | | | | | | |
|--|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|

q_3

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 3 | 6 | 9 | | | | | | | | |
|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|

q_5

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 5 | 10 | 15 | | | | | | | | |
|---|----|----|--|--|--|--|--|--|--|--|

1, 2

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

q_2

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| | 4 | 6 | 8 | | | | | | | |
|--|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|

q_3

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|----|--|--|--|--|--|--|--|
| | 6 | 9 | 12 | | | | | | | |
|--|---|---|----|--|--|--|--|--|--|--|

q_5

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|--|--|--|--|--|--|--|
| 5 | 10 | 15 | 20 | | | | | | | |
|---|----|----|----|--|--|--|--|--|--|--|

1, 2, 3

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

q_2

| | | | | | | | | | | |
|--|--|---|---|----|--|--|--|--|--|--|
| | | 6 | 8 | 10 | | | | | | |
|--|--|---|---|----|--|--|--|--|--|--|

q_3

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|----|----|--|--|--|--|--|--|
| | 6 | 9 | 12 | 15 | | | | | | |
|--|---|---|----|----|--|--|--|--|--|--|

q_5

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|--|--|--|--|--|--|
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | | | | | | |
|---|----|----|----|----|--|--|--|--|--|--|

1, 2, 3, 4

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

| | | | | | | | | | | | |
|-------|--|--|---|---|----|----|--|--|--|--|--|
| q_2 | | | 6 | 8 | 10 | 12 | | | | | |
|-------|--|--|---|---|----|----|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | |
|-------|--|---|---|----|----|----|--|--|--|--|--|
| q_3 | | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | | | | | |
|-------|--|---|---|----|----|----|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | |
|-------|--|----|----|----|----|----|--|--|--|--|--|
| q_5 | | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | | | | | |
|-------|--|----|----|----|----|----|--|--|--|--|--|

1, 2, 3, 4, 5

Числа на Hamming

Дефиниция

Казваме, че k е число на Hamming, ако простите делители на k са сред 2, 3 и 5, т.е. $k = 2^x 3^y 5^z$ за $x, y, z \geq 0$.

Задача. Да се изведат в нарастващ ред първите n числа на Hamming.

Решение:

q_2

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|---|----|----|--|--|--|--|--|
| | | | 8 | 10 | 12 | | | | | |
|--|--|--|---|----|----|--|--|--|--|--|

q_3

| | | | | | | | | | | |
|--|--|---|----|----|----|--|--|--|--|--|
| | | 9 | 12 | 15 | 18 | | | | | |
|--|--|---|----|----|----|--|--|--|--|--|

q_5

| | | | | | | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|--|--|--|--|--|
| | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|--|--|--|--|--|

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

Числа на Hamming: коректност

Да се докаже, че:

- 1 се извеждат **всички** числа на Hamming

Числа на Hamming: коректност

Да се докаже, че:

- 1 се извеждат **всички** числа на Hamming

Доказателство.

Индукция: $2^x 3^y 5^z$ се извежда, понеже $2^{x-1} 3^y 5^z$ се извежда. □

Числа на Hamming: коректност

Да се докаже, че:

- 1 се извеждат **всички** числа на Hamming

Доказателство.

Индукция: $2^x 3^y 5^z$ се извежда, понеже $2^{x-1} 3^y 5^z$ се извежда. □

- 2 се извеждат **само** числа на Hamming

Числа на Hamming: коректност

Да се докаже, че:

- 1 се извеждат **всички** числа на Hamming

Доказателство.

Индукция: $2^x 3^y 5^z$ се извежда, понеже $2^{x-1} 3^y 5^z$ се извежда.

- 2 се извеждат **само** числа на Hamming

Доказателство.

Ако извадим $2^x 3^y 5^z$, в опашките се записват $2^{x+1} 3^y 5^z$, $2^x 3^{y+1} 5^z$, $2^x 3^y 5^{z+1}$.

Числа на Hamming: коректност

Да се докаже, че:

- 1 се извеждат **всички** числа на Hamming

Доказателство.

Индукция: $2^x 3^y 5^z$ се извежда, понеже $2^{x-1} 3^y 5^z$ се извежда.

- 2 се извеждат **само** числа на Hamming

Доказателство.

Ако извадим $2^x 3^y 5^z$, в опашките се записват $2^{x+1} 3^y 5^z$, $2^x 3^{y+1} 5^z$, $2^x 3^y 5^{z+1}$.

- 3 числата на Hamming се извеждат във възходящ ред

Числа на Hamming: коректност

Да се докаже, че:

- 1 се извеждат **всички** числа на Hamming

Доказателство.

Индукция: $2^x 3^y 5^z$ се извежда, понеже $2^{x-1} 3^y 5^z$ се извежда.

- 2 се извеждат **само** числа на Hamming

Доказателство.

Ако извадим $2^x 3^y 5^z$, в опашките се записват $2^{x+1} 3^y 5^z$, $2^x 3^{y+1} 5^z$, $2^x 3^y 5^{z+1}$.

- 3 числата на Hamming се извеждат във възходящ ред

Доказателство.

Да допуснем, че на края на някоя опашка добавяме по-малко число. Тогава на предна стъпка трябва да сме добавили по-малко число!

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| 5 | 3 | 6 | 1 | 2 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|
| 5 | 3 | 6 | 1 | 2 | s | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:



$$\min = 5$$

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:



$$\min = 3$$

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:



$$\min = 3$$

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:



$$\min = 1$$

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:



$$\min = 1$$

Минимален елемент на опашка

Задача. Дадена е опашка q . Да се изключи от q най-малкият ѝ елемент, като всички останали елементи останат в опашката (не непременно в първоначалния ред).

Решение:



$$\min = 1$$

Сортиране на опашки с пряка селекция

Задача. Да се подредят елементите на опашка в нарастващ ред.

Сортиране на опашки с пряка селекция

Задача. Да се подредят елементите на опашка в нарастващ ред.

Решение: Използваме нова опашка и прилагаме предната задача върху дадената опашка докато свърши, а минималните елементи поставяме в новата опашка.

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | ⊗ |
| | | | | ⊗ | | | | ⊗ | |
| | | | ⊗ | | 1 | | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | | | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | | | | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | | | | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | | | | | ⊗ | |

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | | | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | | | | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | | | | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | | | | | ⊗ | |

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | | | | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | | | | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | | | | | ⊗ | |

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 4 | | | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | 4 | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | | | 4 | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | | | | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | | | | | ⊗ | |

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 5 | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 4 | 5 | | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | 4 | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | | 5 | 4 | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | | | 5 | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | | | | | ⊗ | |

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 6 | | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 5 | 6 | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 4 | 5 | 6 | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | 4 | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | 6 | 5 | 4 | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | | 6 | 5 | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | | 6 | | | ⊗ | |

Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 7 | 6 | 7 | | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 5 | 6 | 7 | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 4 | 5 | 6 | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | 4 | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | 6 | 5 | 4 | ⊗ | | | ⊗ |
| | | | 7 | 6 | 5 | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | 7 | 6 | 7 | | ⊗ | |

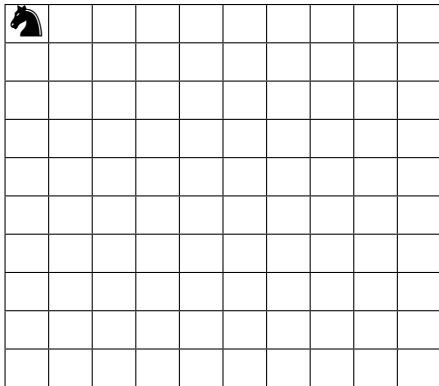
Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 8 | 7 | 6 | 7 | 8 | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 4 | 5 | 6 | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | 4 | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | 6 | 5 | 4 | ⊗ | | | ⊗ |
| | | 8 | 7 | 6 | 5 | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | 7 | 6 | 7 | 8 | ⊗ | |

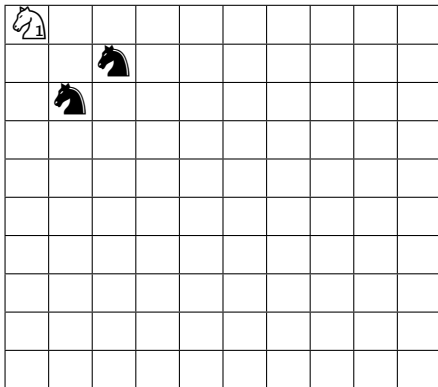
Метод на вълната

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 8 | 7 | 6 | 7 | 8 | |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | | ⊗ | | | ⊗ | 4 | 5 | 6 | ⊗ |
| | | | | ⊗ | 2 | 3 | 4 | ⊗ | |
| | | | ⊗ | 2 | 1 | 2 | ⊗ | | |
| ⊗ | | | ⊗ | 3 | 2 | ⊗ | | | ⊗ |
| ⊗ | ⊗ | | ⊗ | ⊗ | 3 | ⊗ | ⊗ | | |
| | | ⊗ | 6 | 5 | 4 | ⊗ | | | ⊗ |
| | | 8 | 7 | 6 | 5 | ⊗ | | | |
| | | | ⊗ | 7 | 6 | 7 | 8 | ⊗ | |

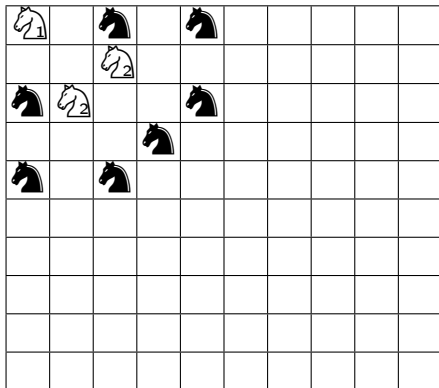
Ход на коня — най-кратък път



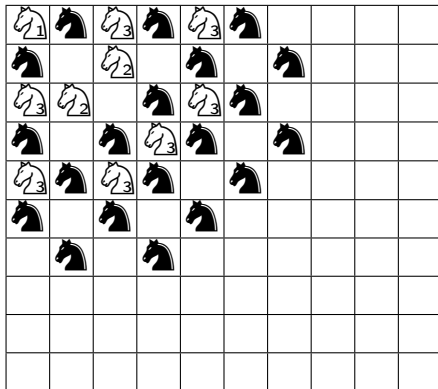
Ход на коня — най-кратък път



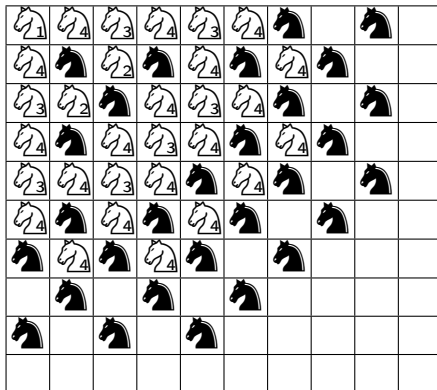
Ход на коня — най-кратък път



Ход на коня — най-кратък път



Ход на коня — най-кратък път



std::queue<T>

- queue() — създаване на празна опашка
- empty() — проверка за празнота на опашка
- push(x) — включване на първи елемент в опашката
- pop() — изключване на последен елемент от опашката
- front() — първи елемент в опашката
- back() — последен елемент в опашката
- size() — дължина на опашката
- ==, !=, <, >, <=, >= — лексикорафско сравнение на две опашки